УДК 621.391.26

В.О. Кулявець, к.т.н., доц.
В.В. Стрінада, ад'юнкт
Житомирський військовий інститут радіоелектроніки

СУМІСНА ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНОГО СИГНАЛУ ЗА МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОЇ ПРАВДОПОДІБНОСТІ

Розглянуто сумісні оцінки трьох значень параметрів інтерференційного сигналу за методом максимальної правдоподібності. Наведено результати для дисперсій оцінок цих параметрів.

Серед різних методів фізичних вимірювань інтерференційні методи посідають особливе місце, як одні з найбільш точних. Але їм властивий значний недолік, відомий як 2π або фазова неоднозначність. В ряді випадків для збільшення діапазону фазової однозначності використовують попередні оцінки виміряних параметрів.

В статті розглянуто значення оцінки виміряних параметрів інтерференційних сигналів. Внаслідок того, що максимально правдоподібні оцінки виникають асимптотично незсуненими, нормальними та ефективними [1], оцінку параметрів будемо знаходити за методом максимальної правдоподібності.

Для визначення кількісних характеристик виміряних параметрів як дисперсій оцінок використаємо нижні межі нерівності Рао-Крамера. Для отримання оптимальних оцінок за методом максимальної правдоподібності використаємо [2] таку модель інтерференційного сигналу:

$$S(x) = S_0(x) + S_m(x)cos(\varepsilon + 2\pi U_0 x + \varphi(x)) + n(x), \tag{1}$$

де $S_0(x)$ – амплітуда фонової складової;

$S_m(x)$ – амплітуда корисної складової;

ε – дробова частка порядку інтерференції;

U_0 – просторова частота інтерференційної смуги;

$\varphi(x)$ – фазові флуктуації в оптичній системі;

$n(x)$ – гауссівський білий шум з кореляційною функцією;

$$R(\tau) = \frac{N}{2} \cdot \delta(\tau), \tag{2}$$

де N – одностороння спектральна щільність шуму; $\delta(\tau)$ – дельта-функція.

Значення тривалості сигналу τ_i можна визначити [3] з поняття енергії сигналу E:

$$E = \int_0^{\tau_i} S(x)^2 dx. \tag{3}$$

Результат виразу (3) буде мати значення:

$$E = \frac{S_m(x)^2 \cdot \tau_i}{2}. \tag{4}$$

Припустимо, що на інтервалі вимірювання $[0, \tau_i]$ у виразі (1) необхідно оцінити значення S_m, ε, U_0. Амплітуду $S_0(x)$ додамо до значення $n(x)$, а результат позначимо як $n_0(x)$:

$$n_0(x) = n(x) + S_0(x). \tag{5}$$

Вектор невідомих параметрів позначимо як $\vec{\lambda} = \lambda(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, де $\lambda_1 = S_m$; $\lambda_2 = \varepsilon$; $\lambda_3 = U_0$. При визначенні нижньої межі нерівності Рао-Крамера для дисперсій оцінок D_λ вираз буде [1] мати вигляд:

$$D_\lambda \geq \frac{|I_{ij}|}{|I|}; \quad i, j = 1, 2, 3, \tag{6}$$

де $|I_{ij}|$ – алгебраїчне доповнення інформаційної матриці Фішера; $|I|$ – визначник матриці Фішера. Елементи інформаційної матриці Фішера вирахуємо за формулою:

$$I_{ij} = \int_0^{\tau_i} \frac{\partial S(x,\lambda)}{\partial \lambda_i} \cdot \frac{\partial h_\lambda(x)}{\partial \lambda_j} dx, \tag{7}$$

де $h_\lambda(x)$ – розв'зок інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, яке має [4] значення

$$h_\lambda(x) = \frac{2}{N} \cdot S(x). \tag{8}$$

Після підставлення виразів (8), (7) у (6) та необхідних перетворень отримаємо розв'язання:

$$D_{\lambda_i} \geq \begin{Vmatrix} \dfrac{2 \cdot N}{\tau_i} & -\dfrac{6 \cdot N}{\pi \cdot S_m^2 \cdot \tau_i} & -\dfrac{6 \cdot N}{\pi \cdot S_m \cdot \tau_i^3} \\ \dfrac{N}{\pi \cdot S_m \cdot \tau_i^2} & \dfrac{4 \cdot N}{S_m^2 \cdot \tau_i} & -\dfrac{6 \cdot N}{\pi^2 S_m^3 \cdot \tau_i^3} \\ \dfrac{3 \cdot N}{\pi \cdot S_m \cdot \tau_i^3} & -\dfrac{6 \cdot N}{\pi^2 \cdot S_m^3 \cdot \tau_i} & \dfrac{3 \cdot N}{\pi^2 \cdot S_m^2 \cdot \tau_i^3} \end{Vmatrix}. \tag{9}$$

Відношення сигнал–шум запишемо у вигляді:

$$g = \frac{2S_m^2}{N}. \tag{10}$$

Тоді вираз (9) можна записати так:

$$D_{\lambda_i} \geq \begin{Vmatrix} \dfrac{2 \cdot N}{\tau_i} & -\dfrac{12}{\pi \cdot g \cdot \tau_i} & -\dfrac{6 \cdot N}{\pi \cdot S_m \cdot \tau_i^3} \\ \dfrac{N}{\pi \cdot S_m \cdot \tau_i^2} & \dfrac{8}{g \cdot \tau_i} & -\dfrac{6 \cdot N}{\pi^2 S_m^3 \cdot \tau_i^3} \\ \dfrac{3 \cdot N}{\pi \cdot S_m \cdot \tau_i^3} & -\dfrac{12}{\pi^2 \cdot g \cdot \tau_i} & \dfrac{6}{\pi^2 \cdot g \cdot \tau_i^3} \end{Vmatrix}. \tag{11}$$

За виразом (11) з урахуванням (4) знаходимо дисперсії оцінок невідомих параметрів:

$$D_{S_m} \geq \frac{S_m^2}{\left(E/N\right)}; \tag{12}$$

$$D_\varepsilon \geq \frac{2}{\left(E/N\right)}; \tag{13}$$

$$D_{U_0} \geq \frac{3}{2\pi^2 \cdot \left(E/N\right) \cdot \tau_i^2}. \tag{14}$$

Оскільки елементи інформаційної матриці при $i \neq j$ враховують взаємну залежність параметрів, то за (11) маємо, що параметри λ_1, λ_2, λ_3 взаємопов'язані.

Висновки

1. Дисперсії оцінок параметрів обернено пропорційні відношенню сигнал–шум з потужності, таким чином, усі параметри – інформаційні.
2. Дисперсія оцінки S_m залежить від значення амплітуди сигналу в квадраті.
3. Необхідно враховувати наявність кореляційних зв'язків між похибками оцінок окремих виміряних параметрів.
4. Дисперсії оцінок ε, U_0 зменшуються при збільшенні значення τ_i.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь. – 1982. – 624 с.
2. *Кулявець В.О., Стрінада В.В.* Математична модель інтерференційного сигналу. // Вісник ЖІТІ. – 2000. – № 12. – С. 252–253.
3. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с.
4. *Тихонов В.И.* Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.

КУЛЯВЕЦЬ Владлен Олексійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри економічної кібернетики Житомирського інституту підприємництва і сучасних технологій.

Наукові інтереси:

– статистична обробка результатів вимірювань.

СТРІНАДА Віктор Васильович – ад'юнкт Житомирського військового інституту радіоелектроніки ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– оптимальна обробка та вимірювання параметрів електромагнітних сигналів.

Подано 03.10.2000