

РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

УДК 621.3

А.В. Матвеєв, ад'юнкт

Київський інститут сухопутних військ

С.О. Шматок, д.т.н., проф.

Національний технічний університет України "КПІ"

РОЗПОДІЛ СИГНАЛІВ В НЕЛІНІЙНИХ РАДІОТЕХНІЧНИХ СЛІДКУЮЧИХ СИСТЕМАХ

При автоматичному супроводженні джерела сигналу (витоку) і вимірі його координат (параметрів руху) нерідкі ситуації, коли в межах інтервалу розподілу за однією чи кількома координатами протягом деякого відрізка часу існують одночасно декілька сигналів (в тому числі перешкодових). В таких випадках автосупроводження виявляється повністю залежним від процесу розподілу цих сигналів в нелінійній слідкуючій системі. Розглянемо методику кількісної оцінки процесу розподілу сигналів у нелінійних слідкуючих системах, що грунтуються на теорії біфуркацій (катастроф) [1].

1. Оцінка умов розподілу сигналів в детермінованих слідкуючих системах за допомогою областей захвату

1.1. Система першого порядку

Нехай на нелінійну слідкуючу систему (рис. 1) діють два сигнали, що приходять від джерел (витоків), рознесені в просторі на деяку базу Δ . Тоді нелінійна САК буде містити параметричну дискримінаційну характеристику $\varphi(z, \Delta)$, де Δ – кутова відстань між витоками (база). Якщо лінійна неперервна частина системи описується передаточною функцією виду $K(s) = K_V/s$ (рис. 1), то диференційне рівняння відносно сигналу розузгодження записується так:

$$\frac{dz(t)}{dt} = -K_V \varphi(z, \Delta). \quad (1)$$

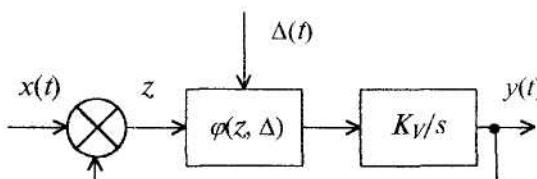


Рис. 1

Положення точок рівноваги системи першого порядку задовольняє рівнянню:

$$\varphi(z, \Delta) = 0, \quad (2)$$

тобто співпадає з точками нуля параметричної дискримінаційної характеристики.

Використаємо апроксимацію параметричної дискримінаційної характеристики:

$$\varphi(z, \Delta) = z \exp\left\{-\frac{b}{2} z^2\right\} + \beta(z - \Delta) \exp\left\{-\frac{b}{2}(z - \Delta)^2\right\}. \quad (3)$$

За виразом (3) проведений розрахунок параметричної дискримінаційної характеристики для декількох значень Δ і β . Відповідні графіки представлені на рис. 2.

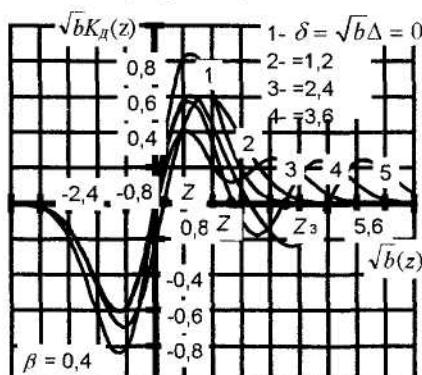


Рис. 2

З графіків видно, що при досягненні величиною бази значень $\sqrt{b}\Delta_P$ при $\beta = 0,4$ і $2,4 < \sqrt{b}\Delta_P < 3,6$ у параметричній дискримінаційній характеристиці з'являються додаткові точки нульових значень. Їх появі передує обнулення крутизни в точці «старого» нуля.

Серед новоз'явленіх точок нульових значень є точки, які відповідають стійкому та нестійкому станам рівноваги системи. Так, наприклад, при $\beta = 0,4$ і $\sqrt{b}\Delta = 3,6$ точки Z_1 і Z_3 є точками стійкої рівноваги системи, а Z_2 – точкою нестійкої рівноваги. Як видно з рис. 2, точка Z_2 поділяє область захвату для Z_1 і Z_3 (в даному випадку область захвату служать відрізки, розташовані па дійсній осі, яка є одновимірним фазовим простором).

Таким чином, необхідною умовою розподілу двох витоків в нелінійній слідкуючій системі є біфуркація точки стійкої рівноваги та поява в результаті цього двох нових точок. Умовою біфуркації є рівність $\Delta = \Delta_P$. Поведінка зображеній точок системи після біфуркації стану рівноваги визначається рядом додаткових умов. Зображеній точка може описанітися в області притягання одного з двох новоутворених станів стійкої рівноваги. При цьому відбувається перезахват одного з двох витоків, що, власно, і є процесом розподілу. Якщо зображеній точка системи описується поза областями притягання нових точок рівноваги, то припиняється автоматичне супроводження, тобто відбувається обрив слідкування. При значеннях бази між двома витоками, що перевищують Δ_P , ($\Delta > \Delta_P$), точки стійких і нестійких станів рівноваги можуть зберігатися, або відбувається їх наступна біфуркація.

Для з'ясування подальших змін властивостей фазового портрету зручно користуватися біфуркаційною діаграмою [2], під якою будемо розуміти залежність $Z_i = \alpha(\Delta)$, де Z_i – те значення сигналу похибки, при якому параметрична дискримінаційна характеристика обертається в нуль, тобто $\varphi(Z_i, \Delta) = 0$. Біфуркаційна діаграма для прийнятої апроксимації дискримінаційної характеристики представлена на рис. 3.

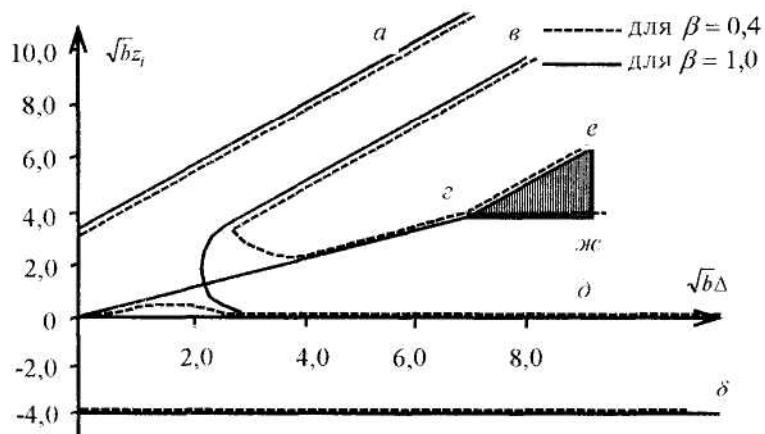


Рис. 3

Гілки «а» та «б» діаграми відповідають апертурі параметричної дискримінаційної характеристики, яка тут визначена по спаднню характеристики на краях до рівня 0,01 максимумів. З рис. 3 видно, що ці гілки мало змінюються при зміні відношення потужностей сигналів двох витоків, які оцінюються параметром β , ($\beta_1 = 1,0$; $\beta_2 = 0,4$). Гілки «д» і «в» відповідають переміщенню вздовж осі абсцис точок стійкої рівноваги системи, а гілка «г» – переміщенню точок нестійкої рівноваги.

На рис. 4 представлена та ж сама біфуркаційна діаграма в більш крупному масштабі для декількох значень параметрів β . При цьому пунктирні лінії відповідають положенням точок нуля дискримінатора, які є нестійкими станами рівноваги системи, а суцільні лінії – положенням точок стійкої рівноваги. З діаграми видно, що різниця в потужностях сигналів двох витоків сприяє тому, що біфуркаційне значення відстані між джерелами сигналів збільшується. Отже, чим більше β відрізняється від одиниці, тим при більших значеннях бази Δ_P може відбутися розподіл двох сигналів в нелінійній слідкуючій системі. Гілки біфуркаційної діаграми, що відповідають положенням точок нестійкої рівноваги системи, є межами областей захвату (притягання) стійких точок рівноваги.

З наведеного вище можна зробити висновок, що біфуркаційна діаграма є повною характеристикою процесу розподілу сигналів у нелінійній слідкуючій системі першого порядку. Крім того, по гілках, що відповідні до точок стійкої рівноваги, можна визначити

величину складової дінамічної похибки слідкування, яка викликається впливом іншого витоку. При цьому за початок відліку необхідно вибирати координатну вісь $Z_i = 0$ (вісь абсцис) та бісектрису координатного кута $Z_i = \Delta$, які характеризують точне положення витоків сигналів у просторі.

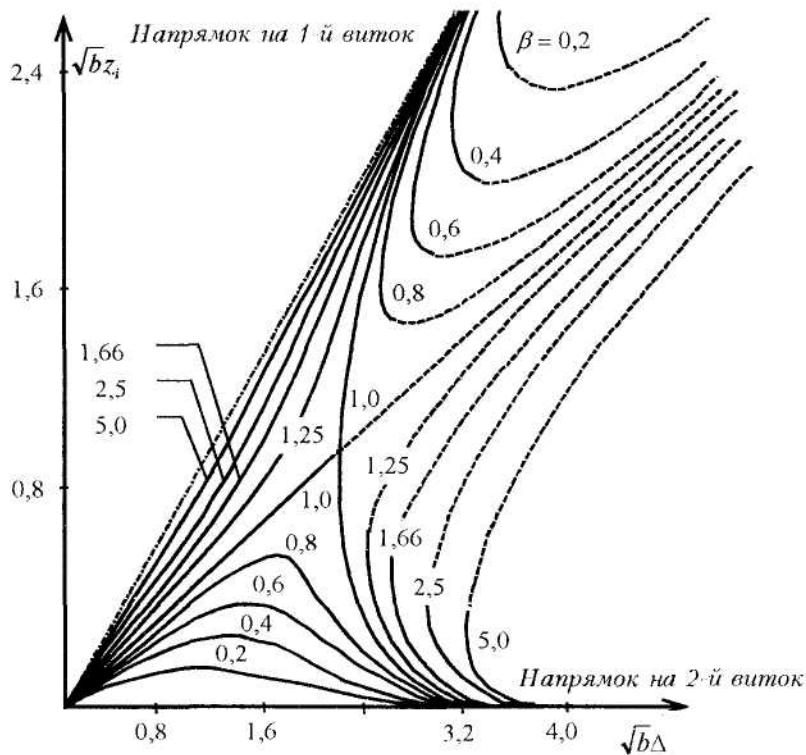


Рис. 4

1.2. Система другого порядку

Розглянемо далі оцінку умов розподілу двох сигналів за допомогою областей захвату в нелінійних слідуючих системах другого порядку. Будемо вважати, що за таких же умов лінійна неперервна частина описується системою диференційних рівнянь (4), але дискримінаторна характеристика є параметричною, тобто залежить від параметра Δ .

Тоді

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz(t)}{dt} &= y(t), \\ \frac{dy(t)}{dt} &= -K_w \varphi(z, \Delta) - K_w T \frac{d\varphi(z, \Delta)}{dz} y(t) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Для визначення станів рівноваги та оцінки стійкості системи другого порядку справедливі ті ж підходи, що й для оцінки системи першого порядку. Однак для систем другого порядку, області захвату яких визначаються у двовимірному фазовому просторі (пл. y, z), біфуркаційна діаграма характеризує процес розподілу неповністю. Тому для систем другого і більш високого порядків процес розподілу доцільно характеризувати за допомогою областей захвату. Біфуркаційна діаграма в даному випадку аналогічна розглянутій раніше. Вона дозволяє знаходити координати точок станів рівноваги, визначати їх стійкість тощо.

Розглянемо області захвату після біфуркації станів рівноваги (рис. 5, a). В момент біфуркації стану рівноваги (ситуація наявності другого витоку) фазовий портрет системи другого порядку приймає вигляд, як показано на рис. 5, б.

З цього рисунку видно, що як межі областей захвату доцільно вибирати "вуса" EG, DC і сепаратриси AA₁ та A₁B, що проходять через точку нестійкої рівноваги Z₂. Іх розрахунок здійснюється шляхом розв'язання системи (4) після обігу часу і відповідного визначення по фазовому портрету системи початкових умов. При цьому початкові умови для розрахунку сепаратрис AA₁ та A₁B беруться в околах точки нестійкої рівноваги Z₂ (можна скористатися біфуркаційною діаграмою). Поштовхові умови для розрахунку "вусів" EG і DC можна задати з умов того, що їх асимптотою є вісь абсцис (нескінченна ізокліна фазової площини y, z). На

рис. 6 представлені декілька областей захвату, відповідних таким розрахунковим умовам: $K_W = 10 \text{ c}^{-2}$; $T = 2 \text{ c}$; $\sqrt{b}\Delta = \delta = 3$; $\beta = 0,4$. В системах другого порядку на процес розподілу двох витоків у нелінійній слідкуючій системі суттєво впливає, крім положення зображеній точки, ще й швидкість її пересування в момент біфуркації початкового стану рівноваги.

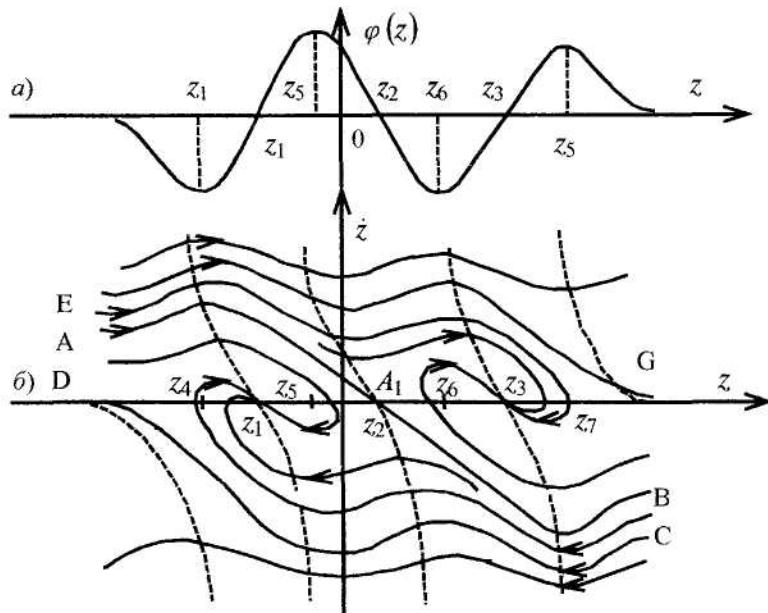


Рис. 5

Розміри областей захвату істотно залежать від потужностей сигналів, що надходять від певних витоків. Так сигнал з великою потужністю має велику область захвату. Тут помітно «подавлення» великим сигналом меншого в тому розумінні, що умови його захвату погіршуються. Це «подавлення» ослаблюється зі збільшенням бази Δ між сигналами.

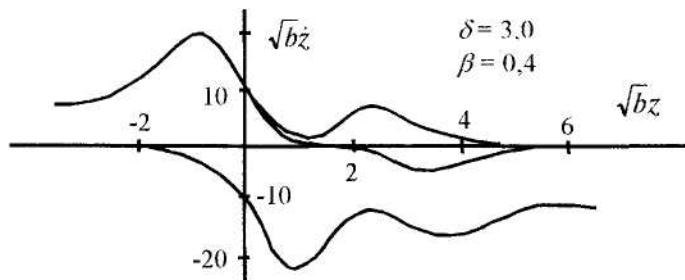


Рис. 6

Таким чином, поняття області захвату, яке запропоновано автором в [3], дозволяє вести кількісний аналіз захвату окремих сигналів у нелінійних слідкуючих системах і процесу розподілу декількох сигналів з повним обліком динамічних властивостей систем та характеру змін вхідних сигналів. Попиремо запропонований метод аналізу процесу захвату і розподілу сигналів у нелінійних слідкуючих системах на випадок стохастичних систем.

1.3. Оцінка умов розподілу сигналів в стохастичних слідкуючих системах

1.3.1. Система першого порядку

Спочатку розглянемо розподіл парного витоку сигналів у нелінійній стохастичній системі першого порядку, яка описується рівнянням

$$\frac{dz(t)}{dt} = -K_V \varphi(z, \Delta, \beta) + \varphi_\Phi(z, \Delta, \beta)n(t), \quad (5)$$

де $\varphi_L(z, \Delta, \beta)$ та $\varphi_\Phi(z, \Delta, \beta)$ – параметричні дискримінаційна і флюктуаційна характеристики системи [2]. Рівняння відносно моментних функцій в цьому випадку записуються таким чином:

$$\begin{aligned}\frac{dm(t)}{dt} &= K_v K_0(m, \theta, \Delta, \beta)m(t) + V; \\ \frac{d\theta(t)}{dt} &= -2K_v K_1(m, \theta, \Delta, \beta)\theta(t) + K_v^2 K_{\phi}^2 N_0^2,\end{aligned}\quad (6)$$

де коефіцієнти стохастичної лінеаризації параметричної дискримінаційної характеристики дорівнюють:

$$\begin{aligned}K_0(m, \theta, \Delta, \beta) &= \langle \varphi(m, \theta, \Delta, \beta) \rangle = (1+b\theta)^{\frac{3}{2}} \times \\ &\times \left\{ \exp\left[-\frac{bm^2}{2(1+b\theta)}\right] + \beta \frac{m-\Delta}{m} \exp\left[-\frac{b(m-\Delta)^2}{2(1+b\theta)}\right] \right\};\end{aligned}\quad (7)$$

$$\begin{aligned}K_1(m, \theta, \Delta, \beta) &= \langle z\varphi_{\Delta}(z, \Delta, \beta) \rangle = (1+b\theta)^{-\frac{3}{2}} \times \\ &\times \left\{ \left(1 - \frac{bm^2}{1+b\theta}\right) \exp\left[-\frac{bm^2}{2(1+b\theta)}\right] + \beta \left(1 - \frac{b(m-\Delta)^2}{1+b\theta}\right) \exp\left[-\frac{b(m-\Delta)^2}{2(1+b\theta)}\right] \right\}.\end{aligned}\quad (8)$$

З першого рівняння системи (6) видно, що воно подібне рівнянню, яке описує нелінійну детерміновану систему. Однак при збільшенні θ коефіцієнт перетворення системи зменшується в $(1+b\theta)^{\frac{3}{2}}$ разів, та апертура статистично лініаризованого діскримінатора збільшується за рахунок наявності в знаменнику показника експоненціальних функцій члена $(1+b\theta)$.

Координати точок рівноваги системи визначаються рівняннями:

$$F_1(m, \theta, \Delta, \beta) = K_0(m, \theta, \Delta, \beta)\sqrt{bm} = \frac{\sqrt{bV}}{K_v} = \mu; \quad (9)$$

$$F_2(m, \theta, \Delta, \beta) = K_1(m, \theta, \Delta, \beta)b\theta = \frac{b}{2} K_v K_{\phi}^2 N_0^2. \quad (10)$$

Рівняння (9) і (10) можуть бути розв'язані, наприклад, графічним способом.

Якщо $\lambda = 0$ ($\theta = 0$), то прийдемо до розглянутої раніше біфуркаційної діаграми [2]. При наявності випадкових збурень біфуркаційна діаграма стає залежною від дисперсії похиби в системі. Ця діаграма для декількох значень θ та $\beta = 0,6$ представлена на рис. 7.

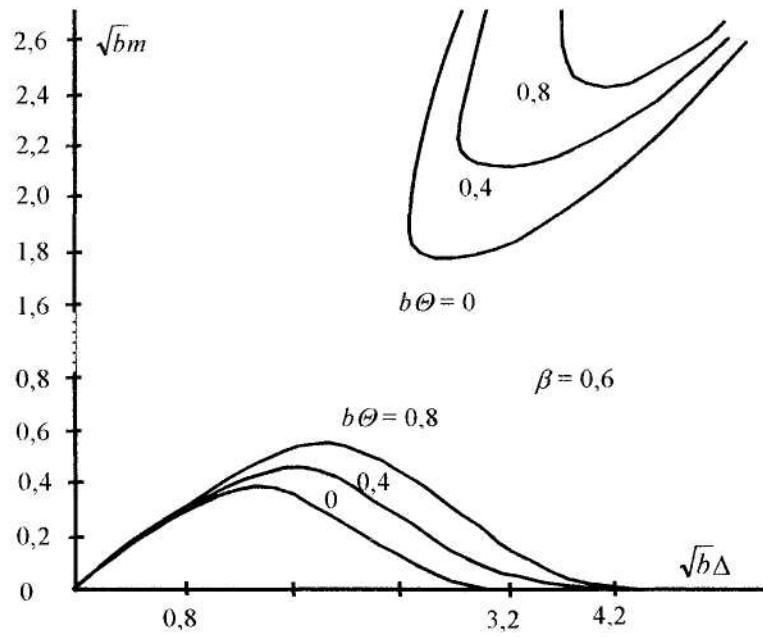


Рис. 7

Принципово діаграма в цьому випадку зберігає той самий вигляд. При малих базах між витоками сигналів Δ в системі існує один стійкий стан рівноваги, і, отже, ці витоки не розподіляються. Зі збільшенням Δ відбувається біфуркація стану та витоки починають розподілятися. Вплив випадкових збурень зводиться до того, що зростом інтенсивності збурень розподіл відбувається при великих величинах бази між витоками.

Області захвату при парних витоках відшукуються шляхом розв'язання системи рівнянь (6), що переписана з врахуванням обігу часу і при початкових умовах, вибраних поблизу станів нестійкої рівноваги.

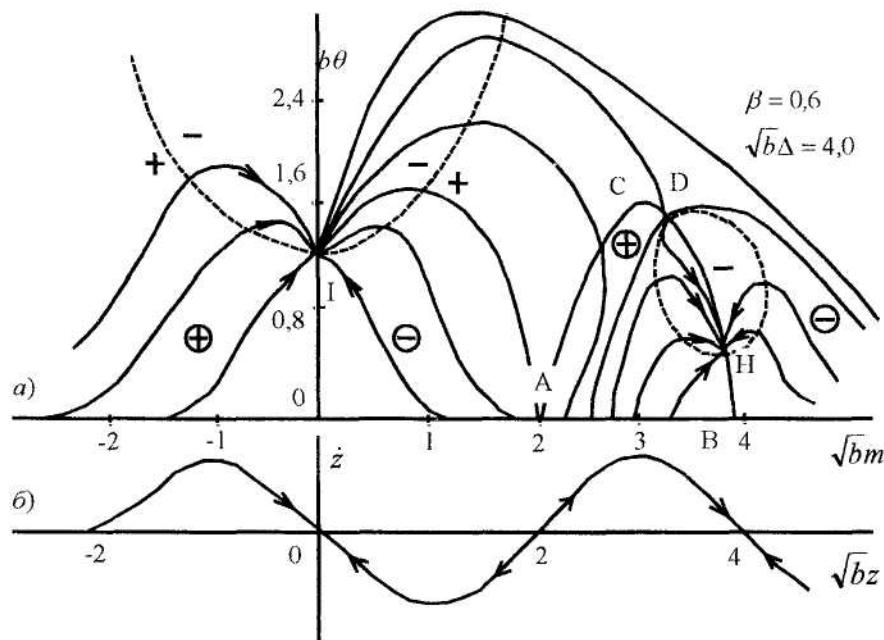


Рис. 8

Розглянемо приклад фазового портрету досліджуваної системи. На рис. 8 зображена "фазова" площа місць функцій (m, θ) для значень $\beta = 0,6$ та $\sqrt{b}\Delta = 4,0$. Там же показана дискримінаційна характеристика системи. На цьому рисунку лінії ОI та ВС відповідають тим гілкам біфуркаційної діаграми, які відображають зміни координат точок стійкої рівноваги. Лінія АС відповідає нестійкій гілці діаграми. Це видно також по розподіленню знаків (полярності) швидкостей зміни m та θ , тобто знаків в кружечках для m і без кружечків для θ . Рух зображаючої точки на фазовій площині можна легко встановити також, якщо на графіку дискримінаційної характеристики, розташованому нижче фазової площини системи, нанести точки стійкого та нестійкого станів рівноваги.

Оскільки усі фазові траекторії системи перетинають криві, відповідні рівнянню $dm/dt = 0$, з дотичними, паралельними осі 0θ , то нахил лінії АС на фазовій площині (рис. 8) вказує на можливість переходу зображаючої точки з ділянки гілки ВН на ділянку ОI. Можливості таких переходів виключаються, якщо $\beta = 1,0$ і $\lambda = 0$, так як крива АС при цьому перетворюється в пряму, паралельну 0θ . Мала область захвату зникає при $\Delta = \Delta_P$ і з'являється при $\Delta > \Delta_P$, тобто після біфуркації стійкої рівноваги.

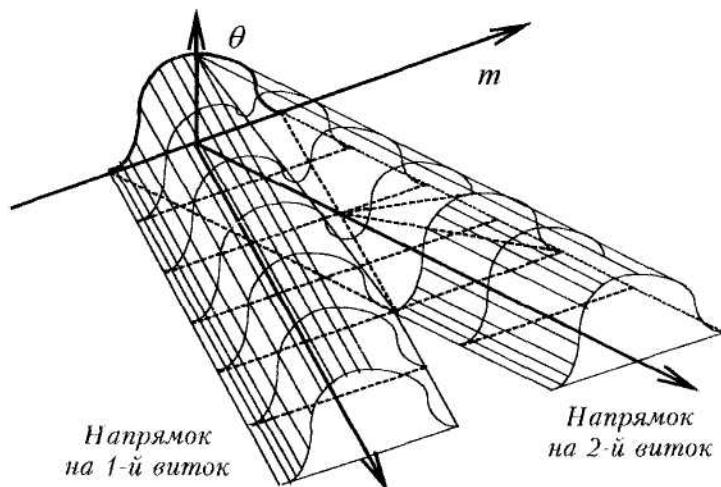


Рис. 9

Зміна областей захвату з ростом Δ можна проілюструвати рис. 9, на якому ці зміни в часі ($\Delta(t)$) відповідають двом трубкам. Зі збільшенням Δ внутрішня трубка (її переріз представляє собою область захвату) розширяється та поступово виділяється в окрему трубку, відповідну 2-му витоку сигналів. Координати точок рівноваги відшукуються з розв'язків рівнянь (10) і (9), які знаходяться графічним методом. Для $\beta = 0,6$; $\sqrt{b}\Delta = 4,0$ розв'язки цих рівнянь представлені у вигляді номограми на рис. 10.

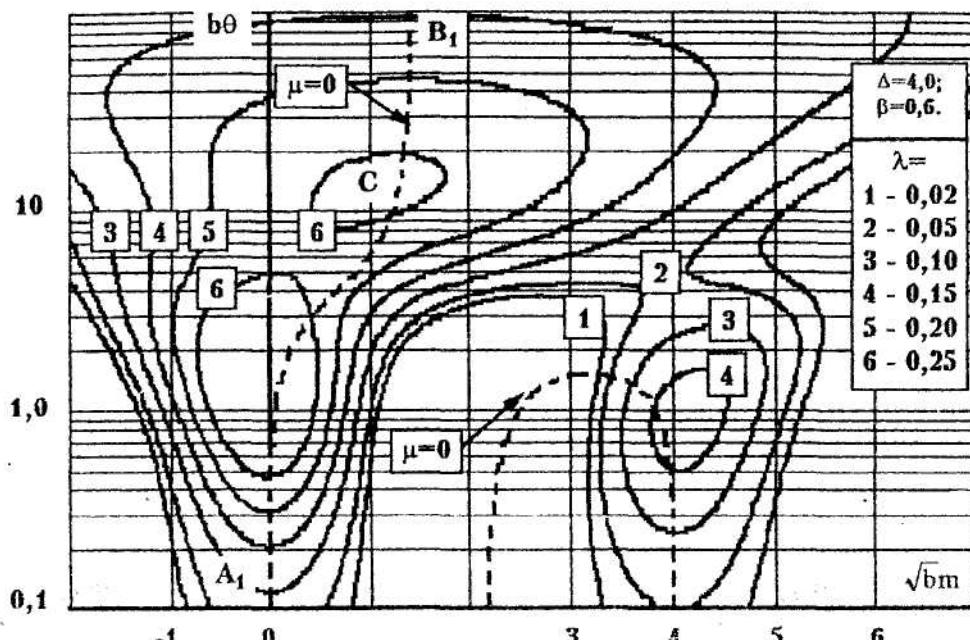


Рис. 10

В детерміністському випадку при цих значеннях параметрів два витоки в нелінійній слідкуючій системі вже розподілилися. В стохастичному випадку умови розподілу істотно залежать від інтенсивності випадкових збурень λ . При $0,17 < \lambda < 0,32$ в системі з'являється лише один стійкий стан рівноваги, відповідний першому витоку (виток, сигнал якого має велику потужність). При великих λ в системі може існувати ще один (третій) стійкий стан рівноваги. Він відповідає величина θ (точка С при $\lambda = 0,25$ рис. 10).

Відповідні величини математичних сподівань похибки слідкування можуть бути обчислені за формулою:

$$\sqrt{bm} \cong \frac{\beta\sqrt{b}\Delta}{1+\beta}, \quad (11)$$

яка отримана за допомогою рівняння (10) при $\theta = 0$. З (11) випливає, що положення точок стійкої рівноваги відповідає положенню енергетичного центра двох сигналів. Обчисливши за номограмою (рис. 10) координати точок нестійкої рівноваги та розв'язавши систему рівнянь (6) в обіговому часі, знаходимо області захвату у випадку парного витоку. Для параметрів $K_V = 10^{-4}$ с; $\beta = 1,0$ та $\sqrt{b}\Delta = 4,0$ області захвату представлені на рис. 11.

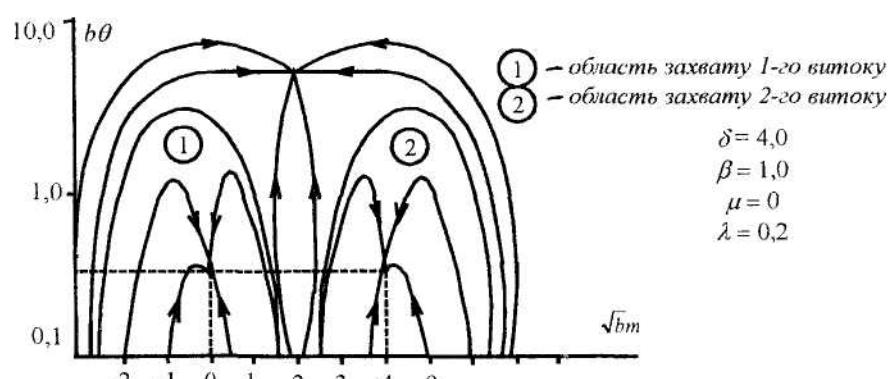


Рис. 11

З наведених рисунків видно, що області захвату істотно залежать від співвідношення потужностей сигналів β , бази між витоками Δ та від еквівалентної інтенсивності випадкових збурень λ . При цьому є два порогових значення інтенсивності випадкових збурень λ_{II1} та λ_{II2} , при яких відбувається обнулення областей захвату по кожному з витоків. Так при $\lambda_{II2} = 0,4 \dots 0,18$ відбувається стягування в точку області захвату по витоку з меншою потужністю, а при $\lambda_{II2} = 0,385$ – по витоку з більшою потужністю. Якщо інтенсивність збурень $\lambda > \lambda_{II2}$, то слідкування можливо лише за сигналом з більшою потужністю.

1.3.2. Система другого порядку

Оцінку умов розподілу в системах другого порядку можна робити по перерізу області захвату, визначеному як площа зміни математичного сподівання похибки. При цьому пошук області захвату потребує розв'язання системи рівнянь, в якій враховується парний виток:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= X_2 \\ \dot{X}_2 &= \exp\left[-\frac{X_1^2}{2(1+X_3)}\right](1+X_3)^{-\frac{3}{2}}\left\{-K_W X_1 - K_W T X_2\left(1-\frac{X_1^2}{1+X_3}\right) - \frac{K_W T \dot{X}_2 X_1}{2(1+X_3)}\left(\frac{X_1^2}{1+X_3} - 3\right)\right\} + \\ &+ \beta \exp\left[-\frac{(X_1 - \delta)^2}{2(1+X_3)}\right](1+X_3)^{-\frac{3}{2}}\left\{-K_W(X_1 - \delta) - K_W T X_2\left[1 - \frac{(X_1 - \delta)^2}{1+X_3}\right] - \frac{K_W T X_3(X_1 - \delta)}{2(1+X_3)}\left[\frac{(X_1 - \delta)^2}{1+X_3} - 3\right]\right\}; \\ \dot{X}_3 &= 2X_4 - \frac{2K_W T X_3}{(1+X_3)^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\times \left\{\left(1 - \frac{X_1^2}{1+X_3}\right)\exp\left[-\frac{X_1^2}{2(1+X_3)}\right] + \beta\left[1 - \frac{(X_1 - \delta)^2}{1+X_3}\right]\exp\left[-\frac{(X_1 - \delta)^2}{2(1+X_3)}\right]\right\} + 2K_W T^2 \lambda; \\ \dot{X}_4 &= X_5 - (1-X_3)^{-\frac{3}{2}}\left\{\left(1 - \frac{X_1^2}{1+X_3}\right)\exp\left[-\frac{X_1^2}{2(1+X_3)}\right] + \beta\left[1 - \frac{(X_1 - \delta)^2}{1+X_3}\right]\exp\left[-\frac{(X_1 - \delta)^2}{2(1+X_3)}\right]\right\} \times \\ &\times (X_3 + TX_4)K_W + 2K_W T \lambda; \\ \dot{X}_5 &= -2K_W X_4(1+X_3)^{-\frac{3}{2}}\left\{\left(1 - \frac{X_1^2}{2(1+X_3)}\right)\exp\left[-\frac{X_1^2}{2(1+X_3)}\right] + \beta\left[1 - \frac{(X_1 - \delta)^2}{1+X_3}\right]\exp\left[-\frac{(X_1 - \delta)^2}{2(1+X_3)}\right]\right\} + 2K_W \lambda, \end{aligned} \quad (11)$$

де $x_1 = \sqrt{b}m_1$; $x_2 = \sqrt{b}m_2$; $x_3 = b\theta_1$; $x_4 = b\theta_2$; $\lambda = \frac{b}{2} K_V K_\Phi^2 N_0^2$; $\delta = \sqrt{b}\Delta$.

За рівняннями (11) на ПОМ були розраховані області захвату відносно математичного сподівання похибок слідкування. Результати розрахунків для $\beta = 0,6$ та $\delta = 4,0$ і декількох значень інтенсивності випадкових збурень λ представлені на рис. 12.

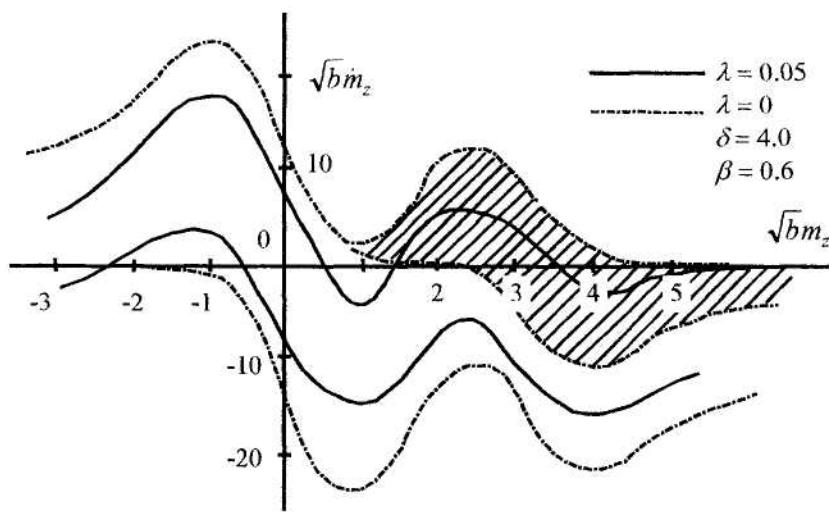


Рис. 12

При наявності випадкових збурень в системі може існувати стійкий стан рівноваги в енергетичному центрі двох джерел сигналів (хоча б для математичного сподівання фазових

координат системи), що відмічено при $\lambda = 0,10$; $\beta = 0,6$ і $\lambda = 0,10; 0,15$; $\beta = 1,0$.

Дослідження процесу розподілу двох сигналів у нелінійній стохастичній системі показали, що при малих рівнях шумів процес розподілу аналогічний детермінованому випадку, тобто при невеликих величинах бази Δ між витоками в кутовому координаторі існує тільки один стійкий стан рівноваги, в результаті два витока супроводжуються як деякий поодинокий виток. Зі збільшенням Δ відбувається біфуркація стану рівноваги і, відповідно, розподіл витоків. Біфуркаційне значення Δ_P при цьому збільшується зі збільшенням рівня шуму, після біфуркації з'являється третій стійкий стан рівноваги, відповідний енергетичному центру сигналів. Подальше збільшення інтенсивності збурень обумовлює звуження областей захвату для усіх станів стійкої рівноваги. Зникнення областей захвату відбувається швидше для того стану рівноваги, який відповідає меншій потужності сигналу та більшій дінамічній помилці.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – Физматгиз, 1959.
2. Шматок С.А., Лук'янов В.Ф. Основы автоматического управления систем РЭС. Автоматические устройства поиска и захвата сигналов в радиоэлектронных следящих системах. – Минск: МВИЗРУ, 1976. – 195 с.
3. Шматок С.А. Об одном методе определения области захвата следящих систем / Д236Н. УПИМ. – Вып. № 6. – М.: ЦИВТИ МО СССР, 1975.

МАТВЄЄВ Андрій Володимирович – ад’юнкт кафедри військової кібернетики Київського інституту сухопутних військ.

Наукові інтереси:

- нелінійна динаміка радіосистем;
- комп’ютерні інформаційні технології.

ШМАТОК Станіслав Олександрович – доктор технічних наук, академік Академії наук прикладної радіоелектроніки, професор кафедри електропривода Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:

- керування в стохастичних системах з випадковою структурою;
- нелінійна динаміка радіосистем;
- моделювання стохастичних систем;
- САПР САК.

Подано 11.09.2000