

УДК 621.396.87

О.К. Липкань, к.т.н., доц.  
В.П. Манойлов, д.т.н.  
Н.В. Петриченко, аспір.

Житомирський інженерно технологічний інститут

## СПОСІБ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ЦИЛІНДРИЧНОГО ВІБРАТОРА

Запропоновано метод розрахунку електричного поля циліндричного вібратора середньої товщини. В основу методу покладено ідею розбиття вібратора на велику кількість елементарних вібраторів та знаходження поля як результату складання полів, що випромінюють елементарні вібратори. Отримано вираз для сумарного електричного поля.

Одиночні вібратори широко використовуються в різноманітних антенах для створення спрямованого випромінювання. З цією метою використовують два або декілька вібраторів, що розташовані на невеликій відстані один від одного. Задача випромінювання електромагнітних хвиль зводиться до встановлення зв'язку між струмом у провіднику та електромагнітним полем, що створюється цим струмом. Якщо розподіл струму задано, то електромагнітне поле антени легко визначається як поле відомих сторонніх джерел. Проте в більшості випадків розподіл струму невідомий і задача суттєво ускладнюється.

Проблема визначення розподілу струму залишається актуальною не тільки в силу своєї теоретичної та практичної важливості, але й у зв'язку з недостатньою розробкою загальних методів розв'язання задач антенної техніки та обмеженістю наявних результатів.

Розподіл струму по тонкому циліндричному вібратору знаходиться як розв'язок інтегрального рівняння [1, 2]. Способи розрахунків, що базуються на розв'язках інтегральних рівнянь з наближеним ядром [3, 4], використовуються в багатьох задачах, проте мають знижену точність при розрахунку провідників відносно великого радіуса. Строгим розв'язкам задач визначення струму у вібраторі притаманна велика складність, що, в свою чергу, ускладнює їхнє практичне використання. Існують наближені методи, які дозволяють знайти розподіл струму по вібратору довільної довжини у вигляді синусоїдального закону [5, 6], що дає добру точність при розрахунку його параметрів.

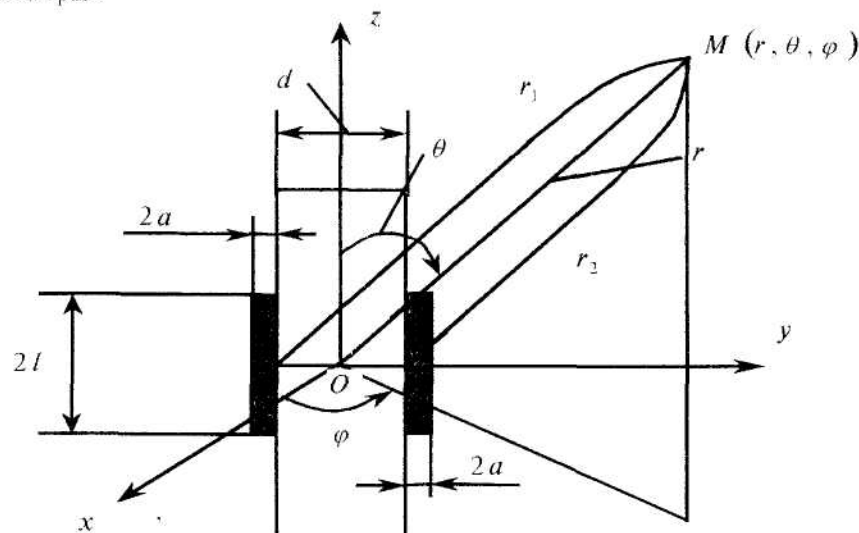


Рис. 1

Мета даної роботи – розв'язок задачі знаходження напруженості поля циліндричного вібратора середньої товщини ( $kd = 0,1 + 0,5$ ) [5]. В основу розрахунку покладено ідею розбиття вібратора на велику кількість елементів  $m$  та розгляд його поля як результату складання полів, що випромінюються елементарними вібраторами [5], використовуючи при цьому явище дифракції на двох пасивних вібраторах.

Розіб'ємо вібратор на короткі ділянки (елементарні вібратори), симетричні відносно центра вібратора  $O$  (рис. 1), та визначимо поле, створюване цими елементами в довільній точці спостереження  $M$ , що перебуває в зоні випромінювання. Так як відстань між вібраторами  $d$  знач-

но менша за відстань до точки спостереження, то напрямки  $r_1$  та  $r_2$  на точку  $M$  можна вважати паралельними. В силу того, що напруженість електричного поля, створюваного вібратором, пропорційна струму в ньому, то впливом різниці відстаней від вібратора до точки спостереження на амплітуду напруженості поля можна знехтувати.

Таким чином, вібратор розглядається у вигляді системи з  $m$  пар елементарних вібраторів, незалежних один від одного, з синусоїдальним розподілом струму.

Перш за все, нас буде цікавити електромагнітне поле, що створюється парою елементарних вібраторів в зоні випромінювання. Оскільки струми у вібраторах протікають в напрямку осі  $z$ , векторний потенціал в дальній зоні буде мати лише  $z$ -складову. Повний векторний потенціал в дальній зоні є сумою векторних потенціалів, створюваних кожною парою вібраторів.

Згідно зі сказаним, векторний потенціал  $\vec{A}$  має лише одну, паралельну осі  $z$ , компоненту [6]:

$$\vec{A} = \vec{z}_0 N I, \tag{1}$$

де  $\vec{z}_0$  – одиничний орт;  $I$  – струм, що протікає у вібраторі;  $N$  – коефіцієнт, що враховує геометрію провідника.

Напруженість електричного поля вібратора виражається співвідношенням [2, 3]:

$$E = i60I_0 \frac{e^{-ikr} \cos(kl \cos \theta) - \cos \theta}{r \sin \theta}, \tag{2}$$

де  $i$  – уявна одиниця;  $I_0$  – значення струму вібратора в пучності;  $k$  – хвильове число вільного простору;  $r$  – відстань від центра вібратора до точки спостереження;  $\theta$  – кут між віссю вібратора  $z$  та напрямком на точку спостереження;  $2l$  – довжина елементарного вібратора.

Результуюче поле вібратора, що є сумою стороннього поля та поля, створюваного струмом у вібраторі, повинно дорівнювати нулю в ідеально провідній поверхні вібратора. Ця умова в нашому випадку має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 + \vec{E}_{cm} + \vec{E}_{z1} &= 0 \\ \vec{E}_2 + \vec{E}_{cm} + \vec{E}_{z2} &= 0 \end{aligned} \right\}, \tag{3}$$

де  $\vec{E}_1$  і  $\vec{E}_2$  – електричні поля, створені вібратором у власної поверхні;  $\vec{E}_{z1}$  і  $\vec{E}_{z2}$  – електричні поля, створені одним вібратором на поверхні другого;  $\vec{E}_{cm}$  – стороннє електричне поле.

Перейдемо до розрахунку струму у вібраторі, збуджуваному плоскою хвилею. З рівняння Гельмгольца для векторного потенціалу, з урахуванням виразу (1), отримаємо:

$$E_1 = \frac{N_1}{i\omega\epsilon} \left[ \frac{\partial^2 I(z_0)}{\partial z_1^2} + k^2 I_1(z_1) \right]. \tag{4}$$

Тут і у подальшому будемо записувати рівняння лише для одного вібратора. При необхідності, для другого вібратора вирази отримуються шляхом заміни індексів 1 і 2. Величину взаємного поля  $\vec{E}_{12}$  можна визначити на основі загального виразу для напруженості електричного поля (2):

$$\vec{E}_{12} = \vec{e}_\theta 60I_{10} \frac{e^{-ikd} \cos(kl_1 \cos \theta) - \cos kl_1}{d \sin \theta}. \tag{5}$$

Дотична складова електричного поля вібратора має вигляд:

$$E_{12} = -60I_{10} \frac{e^{-ikd}}{d} [\cos(kl_1 \cos \theta) - \cos kl_1], \tag{6}$$

тобто не залежить від азимутального кута  $\varphi$ .

Підставляючи вираз (6) в умови (3), отримаємо систему диференціальних рівнянь для струмів:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_1}{i\omega\epsilon} \left[ \frac{\partial^2 I_1}{\partial z^2} + k^2 I_1 \right] - 60I_{20} \frac{e^{-ikd}}{d} [\cos(kl_2 \cos \theta) - \cos kl_2] &= E_{cm} \\ \frac{N_2}{i\omega\epsilon} \left[ \frac{\partial^2 I_2}{\partial z^2} + k^2 I_2 \right] - 60I_{10} \frac{e^{-ikd}}{d} [\cos(kl_1 \cos \theta) - \cos kl_1] &= E_{cm} \end{aligned} \right\}. \tag{7}$$

Враховуючи, що [6]

$$N = \frac{-i\rho}{k}, \tag{8}$$

де  $\rho$  – хвильовий опір вібратора, введемо позначення:

$$\alpha_1 = i \frac{k}{\rho_1}; \quad \alpha_2 = i \frac{k}{\rho_2}; \tag{9}$$

$$\beta_1 = 60 \frac{e^{-ikd}}{d} [\cos(kl_1 \cos \theta) - \cos kl_1]; \quad \beta_2 = 60 \frac{e^{ikd}}{d} [\cos(kl_2 \cos \theta) - \cos kl_2]$$

та перенішемо систему рівнянь (7) в такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 I_1}{\partial z_1^2} + k^2 I_1 &= \alpha_1 \beta_2 I_{20} - \alpha_1 E_{cm} \\ \frac{\partial^2 I_2}{\partial z_2^2} + k^2 I_2 &= \alpha_2 \beta_1 I_{10} - \alpha_2 E_{cm} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

Систему рівнянь (10) будемо розв'язувати методом варіації довільної сталої та розв'язок будемо шукати у вигляді:

$$I_1 = C_1(z_1) \cos kz_1 + B_1(z_1) \sin kz_1. \tag{11}$$

Знайшовши коефіцієнти  $C_1$  і  $B_1$  та підставивши їх у вираз (11), отримуємо:

$$I_1 = \frac{\alpha_1}{k} (\beta_2 I_{20} - E_{cm}) + C_2 \cos kz_1 + B_2 \sin kz_1. \tag{12}$$

Коефіцієнти  $C_2$  і  $B_2$  знаходимо з граничних умов для струму (струм на кінцях вібратора дорівнює нулю):

$$B_0 = 0; \quad C_2 = -\frac{\alpha_1}{k} (\beta_2 I_{20} - E_{cm}) \frac{1}{\cos kl_1}, \tag{13}$$

і тоді вираз для струму  $I_1$  набуває вигляду:

$$I_1 = \frac{\alpha_1}{k} (\beta_2 I_{20} - E_{cm}) \left( 1 - \frac{\cos kz_1}{\cos kl_1} \right). \tag{14}$$

Прийнявши  $z_1 = 0$  і  $z_2 = 0$ , знайдемо амплітуду струму:

$$I_{10} = \frac{\alpha_1 n_1 E_{cm} \left( \frac{\alpha_2 n_2}{k^2} \beta_{20} + 1 \right)}{\frac{\alpha_1 \alpha_2}{k^2} \beta_{10} \beta_{20} n_1 n_2 - 1}, \tag{15}$$

де  $n_1 = 1 - \frac{1}{\cos kl_1}$ ;  $n_2 = 1 - \frac{1}{\cos kl_2}$ .

Розкриваючи значення коефіцієнтів згідно з (8) і (9) та виконуючи ряд перетворень, отримуємо вираз для струму в такому вигляді:

$$I_1(z_1) = \frac{iE_{cm}}{\rho_1 k} \frac{\left[ \frac{i60e^{-ikd}}{kd} (1 - \cos kl_2)^2 - \cos kl_2 \right] (\cos kl_1 - \cos kz_2)}{\frac{60^2}{\rho_1 \rho_2 k^2} \left( \frac{e^{-ikd}}{d} \right)^2 (1 - \cos kl_1)^2 (1 - \cos kl_2)^2 + \cos kl_1 \cos kl_2}. \tag{16}$$

Поле, створене струмом вібратора в дальній зоні, записується у вигляді:

$$E = \frac{i60k \sin \theta}{r} e^{-ikr} \int_0^l I(z) \cos(kz \cos \theta) dz. \tag{17}$$

Будемо розглядати електричне поле лише в точках при  $\theta = \frac{\pi}{2}$  і  $\varphi = 0$ :

$$E_r = E_1 + E_2 = ik60 \frac{e^{-ikr}}{r} \left( \int_0^{l_1} I_1(z_1) dz_1 + \int_0^{l_2} I_2(z_2) dz_2 \right). \tag{18}$$

З виразів (15) і (16) випливає, що струм

$$I_1(z_1) = I_{10} \left( 1 - \frac{\cos kz_1}{\cos kl_1} \right) \frac{\cos kl_1}{\cos kl_1 - 1}. \tag{19}$$

Підставляючи рівність (19) у (18) та виносячи за знак інтеграла множники, що не залежать від змінних інтегрування, отримуємо:

$$E_c = ik60 \frac{e^{-ikr}}{r} \left( \frac{I_{10}}{\cos kl_1 - 1} \int_0^{l_1} (\cos kl_1 - \cos kz_1) dz_1 + \frac{I_{20}}{\cos kl_2 - 1} \int_0^{l_2} (\cos kl_2 - \cos kz_2) dz_2 \right). \quad (20)$$

Обчисливши інтеграл, знаходимо результуюче електричне поле:

$$E_c = i60 \frac{e^{-ikr}}{r} \left[ \frac{I_{10}(kl_1 - tgkl_1)}{\cos kl_1 - 1} + \frac{I_{20}(kl_2 - tgkl_2)}{\cos kl_2 - 1} \right]. \quad (21)$$

Таким чином, циліндричний вібратор розглядається як сукупність пари  $m$  елементарних електричних вібраторів та його поле знаходиться як результат додавання полів, що випромінюються елементарними вібраторами. Як видно з виразу (21), розподіл струму в циліндричному вібраторі не є синусоїдальним. Він залежить від товщини вібратора, від відстані між елементарними вібраторами, а також від прикладених до них напруг ( $E_c$ ).

Сумарне електричне поле, що створюється всіма складовими струмів у всіх елементарних вібраторах, на які розбивається циліндричний вібратор, дорівнює:

$$E_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n E_{ci}(z_n), \quad (22)$$

де  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  – кількість пар елементарних вібраторів.

При обчисленні електричного поля, створюваного струмом у поверхні циліндричного вібратора, вважають, що струм протікає по осі вібратора, тоді як поле визначають у його боковій поверхні. Можна також вважати, що струм рівномірно розподілений по боковій поверхні вібратора, а поле шукається на його осі, оскільки результуюче електричне поле повинно перетворюватись в нуль не тільки у його поверхні, але й в будь-якій точці, що лежить всередині цієї поверхні.

В нашому випадку для більш точного подання струму можна використовувати розбиття вібратора на велику кількість незалежних вібраторів, при цьому вираз для електричного поля, створюваного струмом у вібраторі, має простий аналітичний вигляд.

Розглянутий спосіб знаходження електричного поля циліндричного вібратора дозволяє розраховувати його характеристики з потрібною точністю.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. – М.: Энергия, 1975. – 528 с.
2. Ямольский В.Г., Фролов О.П. Антенны и ЭМС. – М.: Радио и связь, 1983. – 272 с.
3. Айзенберг Г.З., Ямольский В.Г., Терещин О.П. Антенны УКВ. Ч. 1 и 2. – М.: Связь, 1977. – 667 с.
4. Васильев Е.П. Возбуждение тел вращения. – М.: Радио и связь, 1987. – 272 с.
5. Кочержевский Г.Н., Ерохин Г.А., Козырев Н.Д. Антенно-фидерные устройства. – М.: Радио и связь, 1989. – 350 с.
6. Юров Ю.Я. Техническая электродинамика. Ч. 1 и 2. – Л.: ЛГУ, 1975. – 250 с.

ЛИШКАНЬ Ольга Кузьмівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри “Медичні прилади та системи” Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- електротехніка;
- електродинаміка.

МАНОЙЛОВ В'ячеслав Пилипович – доктор технічних наук, завідувач кафедри “Медичні прилади та системи” Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- біофізика;
- електродинаміка.

ПЕТРИЧЕНКО Наталія Василівна – аспірант кафедри “Медичні прилади та системи” Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

- технічна електродинаміка;
- пристрої НВЧ та антени.