

О.Д. Азаров, д.т.н., проф.
В.В. Черненко, аспір.

Вінницький державний технічний університет

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ОСНОВИ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ ДЛЯ ПОРОЗРЯДНОГО АЦП НА ОСНОВІ НПСЧ

Розглянуто проблеми оптимізації інформаційної надлишковості при прискореному аналого-цифровому перетворенні. Інформаційна надлишковість з'являється, зокрема, при використанні надлишкових позиційних систем обчислення та дозволяє комплексно розв'язувати задачі підвищення точності і швидкодії аналого-цифрового перетворення. В роботі наводиться методика вибору основи надлишкової позиційної системи обчислення, що дозволяє оптимально використовувати інформаційну надлишковість.

Використання надлишкових позиційних систем числення (НПСЧ) у техніці аналого-цифрового перетворення (АЦП) передбачає розв'язання задачі розміну інформаційної надлишковості на досягнення деякого позитивного ефекту, зокрема, підвищення точності та швидкодії. Так, застосування самокалібрування та самокоригування дозволяє значно (у десятки та сотні разів) знизити похибку АЦП перетворення в порівнянні з похибкою цифро-аналогового перетворювача (ЦАП), що використовується.

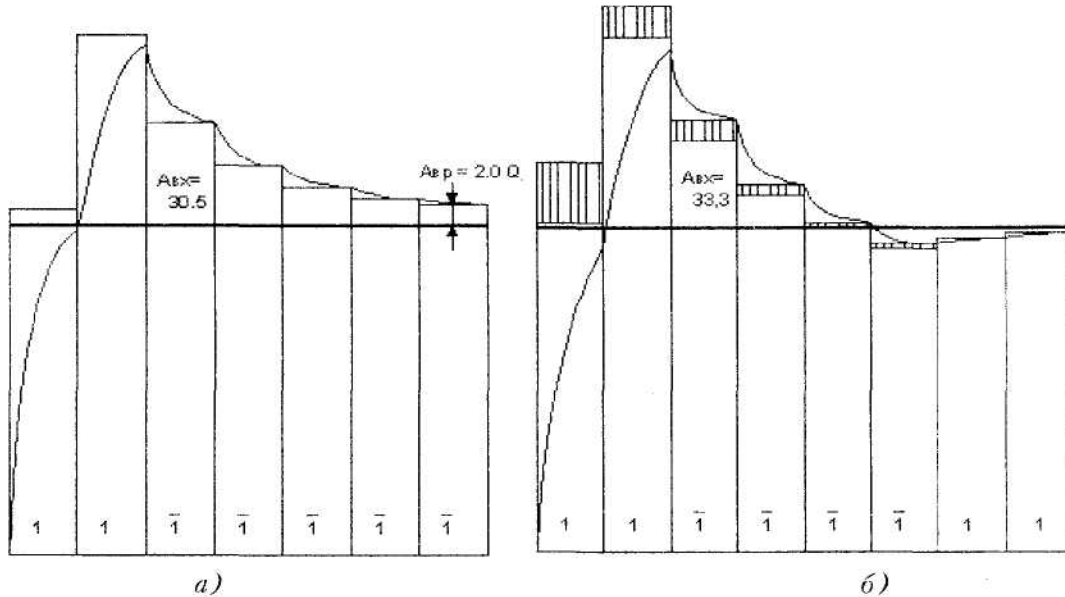


Рис. 1. Діаграми врівноваження

Використання в АЦП порозрядного врівноваження НПСЧ дозволяє скоротити довжину такту tm врівноваження в порівнянні з двійковими АЦП за рахунок можливості компенсації динамічних похибок. На рис. 1,а показані діаграми врівноваження при скороченій довжині $tm = 3,0\tau$ для двійкового АЦП, а на рис. 1,б – АЦП на основі НПСЧ (1, -1) при $\alpha = 1,80$, $tm = 1,8\tau$ з використанням форсуючого сигналу. Оцінювання припустимих значень похибок усталення $\delta Q = \exp(-tm/\tau)$ ваг розрядів під час врівноваження можна виконати за допомогою математичної моделі у вигляді $\delta Q = f(\alpha, n, \delta Qd)$, де δQd – відносне значення додаткового форсуючого сигналу δAd . Існує спеціальна методика побудови математичної моделі на основі рівнянь балансу у формі $F(x, \alpha, n) = 0$ в “особливих” точках [1].

До “особливих” точок відносяться ті окремі значення вхідного сигналу в діапазоні кодуювальної характеристики, в яких похибки квантування ΔA_{kv} або ΔA_{ep} знаходяться на межі норми.

Рівняння балансу $F_1(x, \alpha, n) = 0, F_2(x, \alpha, n) = 0, \dots, F_6(x, \alpha, n) = 0$, за допомогою яких обчислюється похибка усталення при прискореному врівноваженні на основі НПСЧ (1, -1), мають такий вигляд [1]:

$$x \cdot \alpha^{n-1} \cdot (1 - x^{n-2}) + \sum_1^{n-3} x^i \cdot \alpha^i - x^{n-2} \cdot \alpha^{n-2} - \sum_1^{n-3} \alpha^i + \alpha^{n-2} - 2,5 = 0; \tag{1}$$

$$(x \cdot \alpha^{n-2} + x^2 \cdot \alpha^{n-1}) \cdot (1 - x^{n-3}) + \sum_1^4 x^i \cdot \alpha^i - x^{n-3} \cdot \alpha^{n-3} - \sum_1^4 \alpha^i + \alpha^{n-3} - 2,5 = 0; \quad (2)$$

$$\alpha^3 \cdot \left(\sum_1^4 x^i \cdot \alpha^i - \sum_5^9 x^i \cdot \alpha^i + \sum_{10}^{12} x^i \cdot \alpha^i \right) \cdot (1 - x^3) + x \cdot \alpha + x^2 \cdot \alpha^2 - x^3 \cdot \alpha^3 - \alpha^3 - \alpha + \alpha^3 - 2,5 = 0. \quad (6)$$

Математична модель δQ може бути зображена кусково-гладкою функцією на інтервалі $1,3 < \alpha < 2,0$ у вигляді сукушності підінтервальних функцій [1]:

$$\delta Q(\alpha, n) = \begin{cases} \delta Q_1, & \text{якщо } \alpha_1 \leq \alpha \leq 2,0; \\ \delta Q_2, & \text{якщо } \alpha_2 \leq \alpha \leq \alpha_1; \\ \dots & \dots \\ \delta Q_6, & \text{якщо } 1,3 \leq \alpha \leq \alpha_5, \end{cases}$$

де $\delta Q_1, \delta Q_2, \dots, \delta Q_6$ знаходяться відповідно із співвідношень (1)–(6) та обчислюються як функції $\delta Q_1(\alpha, n) = \text{root}(F_1(x), x)$, $\delta Q_2(\alpha, n) = \text{root}(F_2(x), x)$, ..., $\delta Q_6(\alpha, n) = \text{root}(F_6(x), x)$. Межі підінтервалів, або вузлові точки, знаходяться в результаті щільного розв'язання пар рівнянь, відповідно δQ_1 та δQ_2 , δQ_2 та δQ_3 , ..., δQ_5 та δQ_6 . При $n = 16$ одержані значення $\alpha_1 \approx 1,99$; $\alpha_2 \approx 1,96$; $\alpha_3 \approx 1,90$; $\alpha_4 \approx 1,84$; $\alpha_5 \approx 1,67$ [1].

Поруч з проектуванням структур та вузлів, а також розробкою алгоритмів функціонування актуальним питанням є ефективний вибір самої НПСЧ. При цьому одним з важливих етапів є побудова критеріїв ефективності. Розв'язанням даного питання довгий час займався ряд наукових шкіл [3, 4, 5, 6]. Найбільш розповсюдженими узагальненими критеріями є критерії кваліметриї вигляду [2]:

$$Q = \frac{\text{Ефект}}{\text{Витрати}}.$$

Побудова критеріїв Q для аналого-цифрового перетворювача (АЦП) на основі НПСЧ здійснюється згідно з такими міркуваннями. До недоліків використання надлишкових систем числення, зокрема, відноситься подовження розрядної сітки ПІ, тобто збільшення кількості обладнання (особливо аналогового – α -ЦАП), а також необхідність перетворення цифрових еквівалентів результатів врівноваження у двійкову систему. Другий недолік в значній мірі компенсується особливістю побудови структур швидкодіючих АЦП з калібруванням та самокалібруванням.

Таким чином, основним недоліком використання НПСЧ у ПІ при однаковій точності з двійковими ПІ є подовження розрядної сітки. Проте збільшення довжини розрядної сітки в НПСЧ, тобто апаратних витрат, вносить нову якість – вагову надлишковість. Саме вона й дає певні переваги. Як перевагу використання систем числення з $\alpha < 2$ слід виділити можливість компенсації динамічних похибок I та II роду. Ця властивість НПСЧ дозволяє, з одного боку, зменшити тривалість такту t_α врівноваження, а з іншого – збільшити швидкість змінення A_{ex} за час t_α .

При цьому позитивний ефект, що полягає у забезпеченні прискореного перетворення, оцінюється за допомогою коефіцієнта підвищення швидкодії у вигляді [1]:

$$\gamma_\delta = \frac{t_{np2}}{t_{np\alpha}}, \quad (7)$$

де t_{np2} – час перетворення при $\alpha = 2$; $t_{np\alpha}$ – час перетворення для НПСЧ.

Другою перевагою НПСЧ, в порівнянні з двійковою системою числення, є можливість коригування в АЦП статичних похибок аналогових вузлів без витрат часу на обчислення та введення коригуючих поправок у процесі основного перетворення. Дані процедури виконуються в режимі самокалібрування пристрою. Проте при цьому частину надлишковості НПСЧ необхідно витратити на забезпечення нерозривності характеристики вхід-вихід перетворювача, якій побудовано на істотних аналогових вузлах. Для врахування вказаної обставини у формулах для розрахунку швидкодії замість максимального значення похибки δQ слід використовувати тільки її динамічну складову у вигляді $\delta Q_{дин} = \delta Q - \delta Q_{ст}$, де $\delta Q_{ст}$ – статична похибка формування $A_k(t)$, що визначається відхиленнями від потрібних значень параметрів аналогових вузлів, зокрема, цифро-аналогового перетворювача та схеми порівняння.

У випадку, коли перехідна характеристика визначається схемною функцією першого порядку, $t_{np2} = (n+1)t_{ln2}$, $t_{np\alpha} = -t_{ln}(\delta Q - \delta Q_{ст}\alpha)$. При цьому після підстановки у (7) значень $t_{np\alpha}$ та t_{np2} маємо:

$$\gamma_\delta = \frac{(n+1)\ln\alpha}{\ln(\delta Q - \delta Q_{cm} \cdot \alpha)}$$

Значення δQ залежить від типу НПСЧ та різновиду алгоритму врівноваження [1]. Графічна інтерпретація залежності $\gamma = f(\alpha, n)$ для цього випадку при $\delta Q_{cm} = 0$ наведена на рис. 2, а.

Збільшення кількості обладнання оцінюється коефіцієнтом подовження розрядної сітки $\gamma_n = \ln 2 / \ln \alpha$. У зв'язку з цим ефективність визначається через коефіцієнт

$$\gamma_e = \frac{\gamma_\delta}{\gamma_n} \tag{8}$$

Підставляючи у (2) γ_δ та γ_n , маємо:

$$\gamma_e = \frac{(n+1) \cdot \ln\alpha^2}{\ln 2 \cdot \ln(\delta Q - \delta Q_{cm} \cdot \alpha)}$$

Графічну інтерпретацію залежності $\gamma_e = f(\alpha, n)$ при $\delta Q_{cm} = 0$ наведено на рис. 2, б.

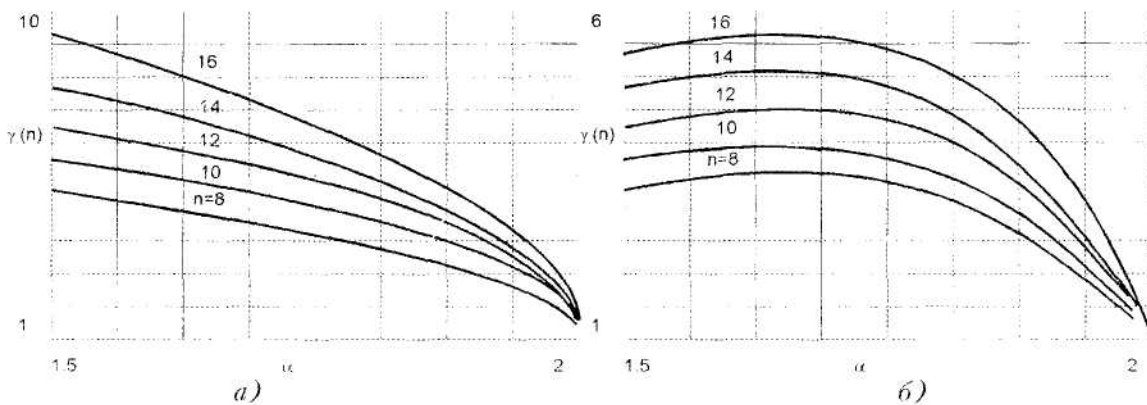


Рис. 2. Ефективність підвищення швидкодії: а) $\gamma_\alpha = f(\alpha, n)$; б) $\gamma_e = f(\alpha, n)$

Якщо перехідна характеристика задається схемною функцією другого порядку, то δQ визначається у вигляді [1]:

$$\delta Q(t) = \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega t} \cdot \sin(\omega t \sqrt{1-\xi^2} + \varphi)$$

Дана функція є трансцендентною і в аналітичній формі не розв'язується. Тому тривалість такту $t_\alpha = t$ (розмірність визначається у вигляді ω^{-1}), що задається залежністю $t_\alpha = f(\delta Q)$, знаходиться чисельними методами. В середовищі "MathCAD" з цією метою вводиться функція

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega t} \cdot \sin(\omega t \sqrt{1-\xi^2} + \varphi) + \delta Q$$

При цьому t_α обчислюється у вигляді $t = \text{root}(f(x), x)$, де $x = \delta Q$. Тривалість t_2 обирається на основі таких міркувань. Для багаторозрядного аналого-цифрового перетворення ($n \geq 16$) похибка усталення без урахування δQ_{cm} повинна задовольняти умові $\delta Q < 0,001\%$. При коефіцієнті перерегулювання $\gamma = 0,04$ такій похибці відповідає тривалість такту $t_2 \geq 12\omega^{-1}$. Слід відзначити, що при більш строгому урахуванні для $n = 16$ тривалість такту попадає у інтервал $10\omega^{-1} < t_2 < 12\omega^{-1}$. Проте незначне збільшення γ може призвести до збільшення похибки. Тому для $n = 16 - 18$ тривалість такту можна вважати дорівнюючій $t_2 = 12\omega^{-1}$. Підставляючи t_{np2} та $t_{np\alpha}$ у (7), отримуємо $\gamma_\sigma = 12\omega^{-1} / \gamma_n \text{root}(f(x), x)$. Коефіцієнт ефективності відповідно при цьому визначається у вигляді $\gamma_e = 12 / \gamma_n^2 \text{root}(f(x), x)$. Графічна інтерпретація $\gamma_\sigma = f(\alpha)$ та $\gamma_e = f(\alpha)$ для $\gamma = 0,04$ наведена на рис. 3, а. Тут: крива А відповідає самокомпенсованому врівноваженню на основі НПСЧ (1, -1); В – адаптивному врівноваженню на основі НПСЧ (0, 1); С – форсованому врівноваженню на основі НПСЧ (1, -1). Графічна інтерпретація $\gamma_\sigma = f(\alpha)$ та $\gamma_e = f(\alpha)$ для форсованого врівноваження на основі НПСЧ (1, -1) при $\gamma = 0,12$ та $\gamma = 0,2$ наведена на рис. 3, б.

Показник, що задається (8), є досить повним для оцінювання ефективності АЦП на основі НПСЧ, коли рівень вхідного сигналу $A_{вх}$ залишається постійним протягом всього часу перетворення. У випадку, коли $A_{вх}$ не є постійним, для забезпечення умов максимальної ефективності функціонування необхідно, крім вказаного узагальненого критерію, використовувати й частковий.

Як критерій доцільно застосовувати степінь збільшення припустимої швидкості зміння вхідного сигналу при аналого-цифровому врівноваженні на основі НПСЧ.

Цей показник оцінюється коефіцієнтом [1]

$$\gamma_v = \frac{\Delta A_{ex\alpha} \cdot T_{np2}}{\Delta A_{ex2} \cdot T_{np\alpha}}, \tag{9}$$

де $\Delta A_{ex\alpha} = \Delta A_v n_\alpha$ – зміння A_{ex} за час врівноваження на основі НПСЧ; $\Delta A_{ex2} = 0,5Q$ – зміння A_{ex} за час врівноваження на основі двійкової системи числення. Якщо перехідна характеристика відповідає схемній функції першого порядку, то після підстановки у (9) відповідних виразів для T_{np2} , $T_{np\alpha}$, $\Delta A_{ex\alpha}$ та ΔA_{ex2} коефіцієнт збільшення швидкості задається співвідношенням:

$$\gamma_v = \frac{\Delta A_v n(n+1) \ln^2 2}{0,5 \ln \alpha (-\ln x)},$$

де $(-\ln x) = t_T / \tau$ – відносна тривалість такту врівноваження.

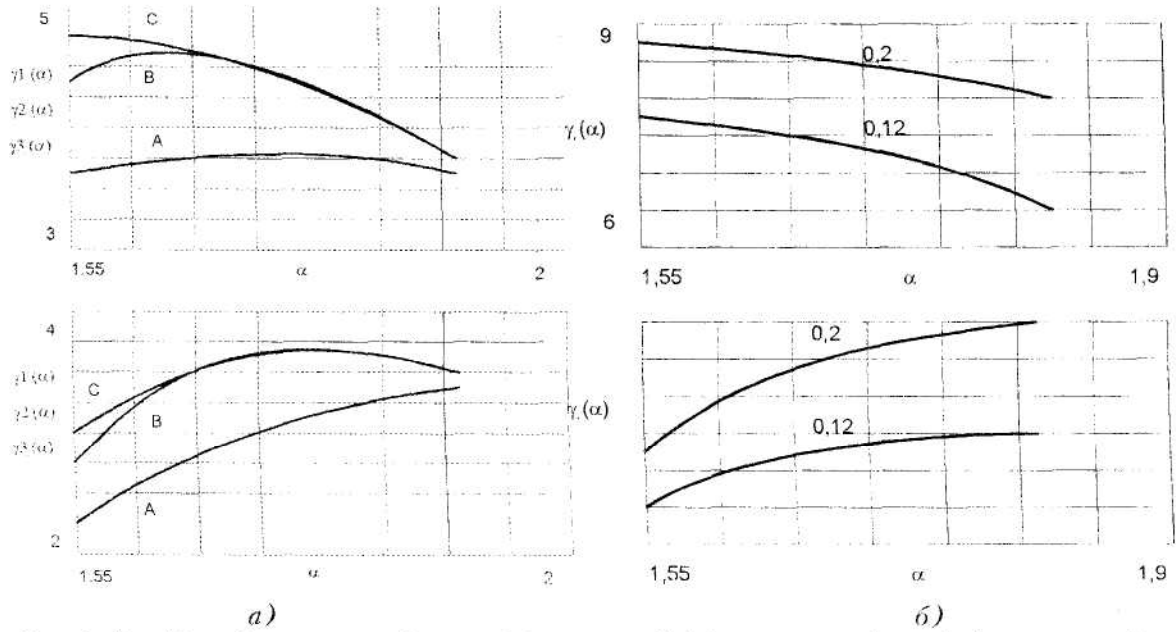


Рис. 3. Графічна інтерпретація $\gamma_\alpha = f(\alpha)$ та $\gamma_\epsilon = f(\alpha)$ для схемної функції другого порядку: а) $\gamma = 0,04$; б) $\gamma = 0,12$; $\gamma = 0,20$

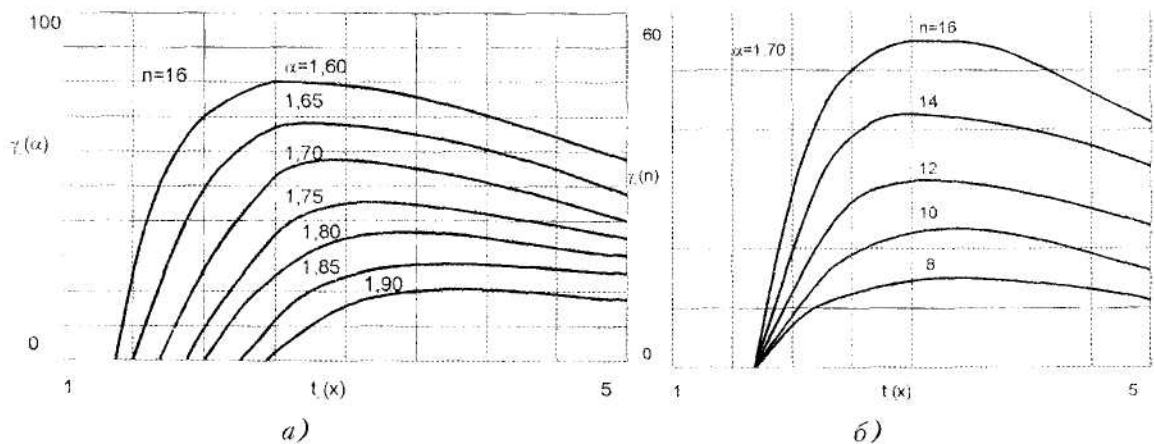


Рис. 4. Функціональна залежність ефективності для самокоригованого врівноваження: а) $\gamma_v = f(t_T, \alpha)$; б) $\gamma_v = f(t_T, n)$

Значення ΔA_v залежить як від типу НПСЧ, так і від алгоритму врівноваження. Графічна інтерпретація залежності $\gamma_v = f(t_T, \alpha)$ при $n = 16$ наведена на рис. 4,а. Залежність $\gamma_v = f(t_T, n)$ для $\alpha = 1,70$ ілюструється пучком кривих на рис. 4,б. Графічна ілюстрація $\gamma_v = f(t_T, \alpha)$ при $n = 16$ та $M = 0,6$ наведена на рис. 5,а. Криві залежності $\gamma_v = f(t_T, n)$ (для $\alpha = 1,70$) наведені на рис. 5,б.

Фактором, що негативно впливає на підвищення швидкодії аналого-цифрового перетворення на основі НПСЧ, є затримка t_u спрацьовування цифрової частини АЦП.

Коефіцієнт підвищення швидкодії у цьому випадку визначається співвідношенням [1]

$$\gamma_s = \frac{n(t_2 + t_u)}{n_\alpha(t_2 + t_u)} \tag{10}$$

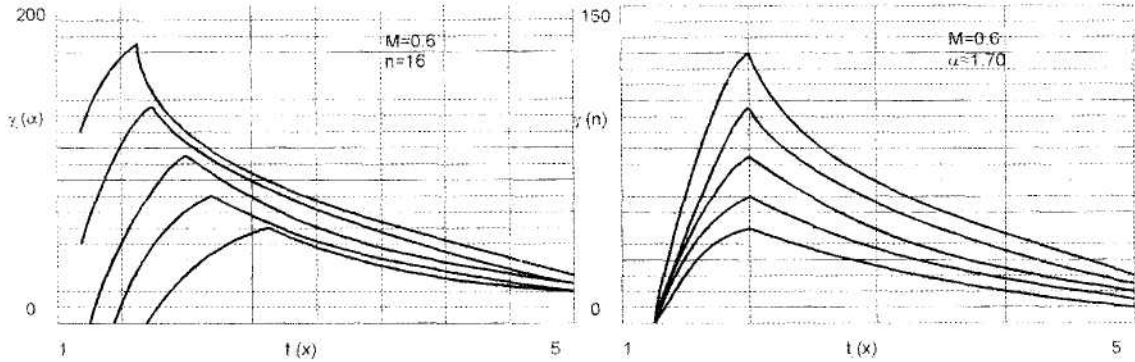


Рис. 5. Функціональні залежності ефективності для форсованого врівноваження на основі НПСЧ (1, -1): а) $\gamma_v = f(t_T, \alpha)$; б) $\gamma_v = f(t_T, n)$

Задаючи затримку цифрової частини у вигляді $t_u = \theta t_\alpha$, де θ – коефіцієнт затримки, виконуючи підстановки, γ_s для схемної функції першого порядку можна представити виразом [1]:

$$\gamma_{su} = - \frac{(n+1) \ln 2 - \theta \ln \delta Q}{\gamma_n (1 + \theta) \ln \delta Q}$$

Коефіцієнт ефективності у цьому випадку визначається таким співвідношенням:

$$\gamma_{su} = - \frac{(n+1) \ln 2 - \theta \ln \delta Q}{\gamma_n^2 (1 + \theta) \ln \delta Q}$$

Графічну ілюстрацію $\gamma_{su} = f(\alpha, \theta)$ та $\gamma_{eu} = f(\alpha, \theta)$ при $n = 16$ для форсованого врівноваження на основі НПСЧ (1, -1) зображено відповідно на рис. 6, а та 6, б.

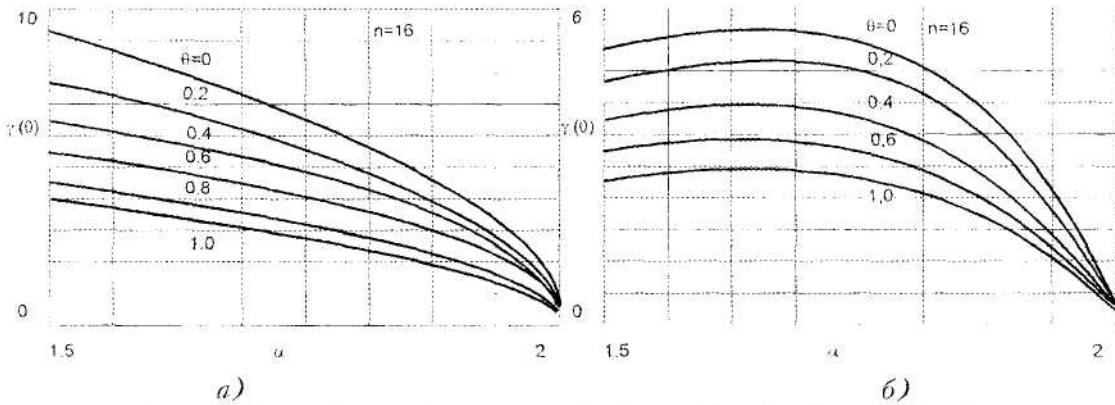


Рис. 6. Функціональні залежності: а) $\gamma_{su} = f(\alpha, \theta)$; б) $\gamma_{eu} = f(\alpha, \theta)$

На основі побудованих вище критеріїв складається методика ефективного вибору НПСЧ, що дозволяє оптимально використати інформаційну надлишковість. У випадку, коли вхідний сигнал під час перетворення є постійним, вона буде такою:

1. Формулювання загальних вимог до точності, швидкодії та роздільної здатності АЦП системного застосування.
2. Визначення максимальних значень технологічних похибок формування параметрів аналогових вузлів, що застосовуються, та завдання δQ_{cm} .
3. Аналіз перехідних процесів у аналоговій частині АЦП, враховуючи аналогові вузли, що входять до тракту аналого-цифрового перетворення в межах системи, що проектується. Розрахунок коефіцієнтів впливу M для НПСЧ (1, -1), а також $M(0)$ та $M(1)$ для НПСЧ (0, 1).
4. Розрахунок функцій швидкодії (7) та ефективності (8) згідно з математичними моделями $\delta Q = f(\alpha, n, M, \delta Q_d)$, $\delta Q = f(\alpha, n, M(0), M(1), \delta Q_d)$ і з урахуванням δQ_{cm} .

5. Вибір значення α з області максимальної ефективності, зокрема, з використанням графічної інтерпретації функції (8).

6. Уточнення коефіцієнту підвищення швидкодії, що досягається для обраного α , враховуючи затримки спрацьовування цифрового керуючого автомата згідно з (10).

При зміні рівня $A_{\text{вх}}$ у процесі перетворення методика ефективного вибору НПСЧ дещо змінюється. У цьому випадку перших п'ять пунктів залишаються у силі. Подальші пункти формуються таким чином.

6. На основі обраного α уточнюються коефіцієнти M для НПСЧ (1, -1), а також $M(0)$ та $M(1)$ для НПСЧ (0, 1), враховуючи форми вхідного сигналу та з орієнтацією на максимальне збільшення припустимої швидкості змінення $A_{\text{вх}}$.

7. Розрахунок функції припустимої швидкості змінення $A_{\text{вх}}$ у відповідності до (9). Визначення тривалості такту t_T , відповідної максимуму γ , та уточнення рекомендованого $T_{\text{пра}}$.

Висновки

1. Використання надлишкових позиційних систем числення у техніці аналого-цифрового перетворення дозволяє комплексно розв'язувати задачі підвищення точності та швидкодії процесу АЦП.

2. Для досягнення найкращого ефекту щодо одночасного підвищення точності та швидкодії при якомого менших додаткових апаратних затратах необхідно вибрати певне значення основи НПСЧ за критеріями кваліметрії.

3. Використання НПСЧ дозволяє проводити коригування в АЦП статичних похибок аналогових вузлів без витрат часу на обчислення, а також дозволяє уведення коригуючих поправок у процесі основного перетворення.

4. Використання НПСЧ дає можливість компенсувати динамічні похибки другого роду, що дозволяє не використовувати в процесі перетворення пристрій вибірки та зберігання аналогових сигналів.

5. Чинником, що негативно впливає на підвищення швидкодії аналого-цифрового перетворення на основі НПСЧ, є затримка спрацьовування цифрової частини АЦП, тому для підвищення ефективності використання НПСЧ слід добиватися максимальної швидкодії цифрового автомата, що керує процесом аналого-цифрового врівноваження.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Азаров А.Д. Разработка теории аналого-цифрового преобразования на основе избыточных позиционных систем счисления: Дис. док. техн. наук. – Винница, 1994. – 438 с.
2. Азгальдов Г.Г., Райхман Э.И. О кваліметрії. – М.: Изд-во стандартов, 1973. – 17 с.
3. Гитис Э.И., Пискулов Е.А. Аналого-цифровые преобразователи: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 360 с.
4. Кондалев А.И., Багацкий В.А., Романов В.А., Фабричев В.А. Высокопроизводительные преобразователи формы информации. – К.: Наукова думка, 1987. – 280 с.
5. Микроэлектронные цифроаналоговые и аналого-цифровые преобразователи информации / Под ред. В.Б. Смолова. – Л.: Энергия, 1975. – 336 с.
6. Туз Ю.М. Структурные методы повышения точности измерительных устройств. – К.: Вища школа, 1976. – 256 с.

АЗАРОВ Олександр Дмитрович – доктор технічних наук, професор кафедри обчислювальної техніки Вінницького державного технічного університету.

Наукові інтереси:

– розробка високоточних швидкодійних аналого-цифрових перетворювачів з використанням надлишкових позиційних систем числення.

ЧЕРНЕНКО В'ячеслав Валерійович – аспірант кафедри обчислювальної техніки Вінницького державного технічного університету.

Наукові інтереси:

– застосування високоточних швидкодійних аналого-цифрових перетворювачів на основі надлишкових позиційних систем числення у складі інформаційно-вимірвальних систем.

Подано 28.10.1999.