

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ХВИЛЕВОДІВ УЛЬТРАЗВУКОВИХ УСТАНОВОК, ПРИЗНАЧЕНИХ ДЛЯ РУЙНУВАННЯ УСТАНОВОК

(Представлено доктором технічних наук, професором Бакка М.Т.)

Розглянуто застосування принципу максимуму академіка Л.С. Понтрягіна для визначення оптимальних, у розумінні вибраного квадратичного функціонала, конструктивних параметрів хвилеводів технологічних ультразвукових перетворювачів. Результат проведеного аналізу розв’язання хвильового рівняння, що описує поздовжні коливання в концентраторах хвилеводів для різноманітних технологічних умов, може бути корисний для розробників ультразвукової техніки.

При експлуатації технологічних установок, призначених для ультразвукової розмірної обробки (УЗРО), експлуатаційники цих систем стикаються з проблемою підвищеної вартості акустичної енергії в порівнянні з іншими видами енергії. Загальний к.к.д. верстатів і пристосувань УЗРО не перевищує ~10 %. Пов’язано це з великими втратами енергії в ланцюзі “генератор ультразвукових частот – електромеханічний перетворювач – хвилевід – інструмент”.

Взагалі енергоємність процесу ультразвукової руйнації каменю досить невелика:

рубін синтетичний	~100 Дж/см ³ ;
мармур	~500 Дж/см ³ ;
кварц	~300 Дж/см ³ ;
алмаз	~1200 Дж/см ³ ;
шпінель	~300 Дж/см ³ ;

Для порівняння відмітимо, що енергоємність процесу руйнації мармуру і граніту відбійними молотками складає ~250...300 Дж/см³. Руйнування порід, що містять в собі кварц, полум’ям горілки супроводжується енергоємністю ~6000...7000 Дж/см³.

Водночас УЗРО виявляється незамінною в каменеобробці при деяких технологічних операціях:

- прошивці отворів складної конфігурації;
- чистовій обробці отворів, отриманих операцією свердління;
- виготовленні пазів складного профілю;
- обробці тонкостінних деталей тощо.

Наприклад, при виготовленні алмазних філєр, призначених для волочіння металевого дроту, витягуванні ниток синтетичних волокон або при виготовленні підшипників ковзання з природного і синтетичного каменю в приладобудуванні (годинникова промисловість, водяні та газові лічильники тощо) метод УЗРО застосовується на фінішних операціях для зниження геометричної похибки і шорсткості поверхні каліброваних отворів, отриманих засобами механічного свердлення або лазерної прошивки. Механічне свердлення супроводжується підвищеною шорсткістю, а лазерна прошивка – великим термопорушенням шаром на поверхнях, одержуваних цими засобами обробки.

Все вищесказане обумовлює актуальність проблеми підвищення к.к.д. установок УЗРО і, отже, зниження вартості акустичної енергії, а звідси, і розгляд можливості застосування математичного апарату теорії оптимального управління на стадії проектування цих установок.

При наявності верстата УЗРО можливості його модернізації з боку генератора і електромеханічного перетворювача дуже обмежені, на відміну від хвилеводу та інструменту. У даній статті розглянуто приклад застосування положень принципу максимуму Л.С. Понтрягіна до проектування хвилеводу верстата УЗРО.

Хвилеводи поздовжніх хвиль установок УЗРО слугують не тільки для передачі енергії від перетворювача, як первинного випромінювача, безпосередньо в зону обробки, але й відіграють роль своєрідної акустичної лінії, призначеної для збільшення (посилення) амплітуди коливань перетворювача – вібратора з 1...5 мкм до 50...100 мкм, тобто до розміру, що забезпечує саму УЗРО. Хвилеводи характеризуються посиленням амплітуди коливань, потужністю, що передається в зону обробки, втратами енергії та технологічністю виготовлення. Втрати енергії, у свою чергу, пов’язані з матеріалом хвилеводу (втрати на гістерезис), його формою (акустичний опір) та іншими факторами. Форми хвилеводів, найбільш прості у виготовленні, показані на рис. 1.

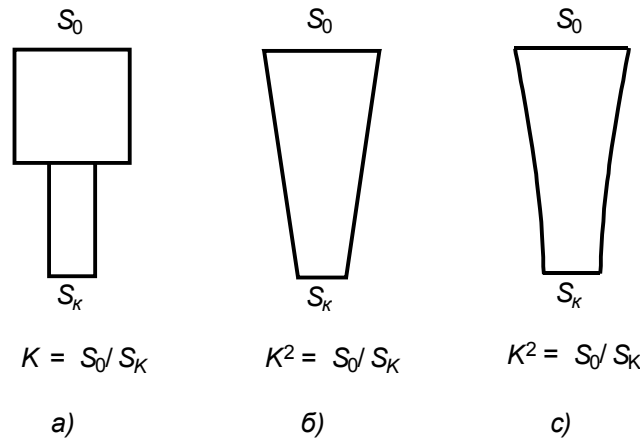


Рис. 1. Форми хвилеводів, які застосовуються для збільшення амплітуди коливань: а – східчастий; б – конічний; с – експоненціальний; S_0 – вхідний переріз хвилеводу; S_K – вихідний перетин хвилеводу; K – коефіцієнт підсилення

За спрощеними методиками розрахунку, коли задане орієнтоване значення амплітуди коливань інструменту, усе зводиться до визначення резонансної довжини хвилеводу, вхідної та вихідної площин, форми і місця кріплення. Формули для розрахунку хвилеводів одержують із розв’язання хвильового рівняння, яке описує процес за умови, що коливання носять гармонічний характер, хвиля плоска і поширюється вздовж осі хвилеводу без втрат. Поперечними коливаннями, що супроводжують розтяг і стиск ділянок хвилеводу і спричиняють неоднорідний розподіл напруг у поперечних перерізах хвилеводу, нехтують, для чого дотримується умова:

$$\frac{d}{\lambda} < 0,5,$$

де d – діаметр хвилеводу; λ – довжина хвилі.

При проектуванні хвилеводів доводиться вибирати компромісне рішення між високою продуктивністю процесу УЗРО, мінімумом механічних втрат, високим к.к.д., довговічністю та технологічністю виготовлення. Відомо, що найбільший коефіцієнтом підсилення має східчастий хвилевід. Проте його широке застосування стримується низькою довговічністю (концентрація напруг на ділянці зміни перерізу), високим рівнем втрат (різка зміна акустичного опору зі зміною частоти коливань) та нестабільністю роботи при коефіцієнтах підсилення більших 9...10.

У розглянутому випадку при постановці задачі хвилевід моделюємо стрижнем круглого змінного перерізу і шукаємо закон зміни перерізу, оптимальний у розумінні обраного функціонала якості. Покладаємо при цьому, що коливання мають однузлову форму (напівхвильовий концентратор) і відбуваються на резонансній частоті хвилеводу. Втратами на внутрішнє тертя (втратами на гістерезис) нехтуємо.

Рівняння поздовжніх коливань у загальному вигляді:

$$S(x) \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = g_{||}^2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[S(x) \cdot \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right], \tag{1}$$

де $S(x)$ – площа поперечного перерізу хвилеводу у функції координати x (рис. 2); $y(x, t)$ – зсув перерізу у функції координати x і часу t ; $g_{||} = const$ – швидкість звуку в матеріалі хвилеводу.

Оскільки вібратор гармонічно коливається, то функцію $y(x, t)$ можна представити в такому вигляді:

$$y(x, t) = y(x) \cdot (A \sin \omega t + B \cos \omega t)$$

де $y(x)$ – амплітуда коливань перерізу на координаті x (див. рис. 2); A і B – деякі константи; ω – кругова частота:

$$\omega = 2\pi f,$$

де f – частота коливань, Гц.

Тоді

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = y(x) \cdot (A\omega \cos \omega t - B\omega \sin \omega t);$$

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = y(x) \cdot (-A\omega^2 \sin \omega t - B\omega^2 \cos \omega t) = -y(x) \cdot \omega^2 (A \sin \omega t + B \cos \omega t).$$

Показником якості (математичним виразом мети оптимізації) хвилеводу, що проектується, приймемо мінімум функціонала J виду:

$$J = \int_0^l (-\alpha \cdot y_1^2(x) + \beta_1 \cdot S_1(x) + \beta_2 \cdot S_2(x)) dx \rightarrow \min, \tag{4}$$

де α, β_1 і β_2 – деякі константи, суть – вагові коефіцієнти; l – інтервал інтегрування, суть – довжина хвилеводу.

На функцію $S_1(x)$ накладемо обмеження:

$$S_k \leq S_1(x) \leq S_0. \tag{5}$$

Дані обмеження викликані конструктивними міркуваннями:

– площа перерізу хвилеводу на координаті x повинна бути меншою його вхідної площі S_0 , необхідної для кріплення хвилеводу до перетворювача;

– площа перерізу хвилеводу на координаті x повинна бути більшою його вихідної площі S_k , необхідної для кріплення інструменту.

Сутність підінтегральної функції прийнятого функціонала якості (4) полягає в тому, що надаючи максимум амплітуді коливань $y_1(x)$ і при цьому підтримуючи мінімум площі перерізу $S_1(x)$ (що обумовлено енергетикою процесу), одночасно обмежуємо зниження $S_1(x)$, надаючи максимуму її похідній $S_2(x)$. Оскільки при мінімізації функції $S_1(x)$ її похідна $S_2(x)$ менша нуля, то вона входить до підінтегральної функції зі знаком ”+”, що відповідає її збільшенню. Функція $y_1(x)$ входить до підінтегральної функції в квадраті, тому що на інтервалі інтегрування вона приймає знаки як “+”, так і “-”.

Іншими словами, будемо шукати закон зміни перерізу хвилеводу, що забезпечує максимальний коефіцієнт посилення при обмеженнях, які накладаються ваговими коефіцієнтами прийнятого функціонала якості (4) і виразом (5).

Введемо додаткову координату:

$$y_0(x) = \int_0^l (-\alpha \cdot y_1^2(x) + \beta_1 \cdot S_1(x) + \beta_2 \cdot S_2(x)) dx.$$

Тоді система (3) перетвориться в 3-вимірну:

$$\begin{cases} \frac{\partial y_0(x)}{\partial x} = -\alpha \cdot y_1^2(x) + \beta_1 \cdot S_1(x) + \beta_2 \cdot S_2(x) \rightarrow f_0(x); \\ \frac{\partial y_1(x)}{\partial x} = y_2(x) \rightarrow f_1(x); \\ \frac{\partial y_2(x)}{\partial x} = -k^2 \cdot y_1(x) - \frac{S_2(x)}{S_1(x)} \cdot y_2(x) \rightarrow f_2(x). \end{cases}$$

За формулою

$$\frac{\partial \Psi_i(x)}{\partial x} = -\sum_{j=0}^2 \frac{\partial f_j(x)}{\partial y_i(x)} \cdot \Psi_j(x), \quad i = 0, 1, 2,$$

складемо спряжену систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi_0(x)}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial \Psi_1(x)}{\partial x} = -[2\alpha \cdot y_1(x) \cdot \Psi_0(x) - k^2 \cdot \Psi_2(x)] = 2\alpha \cdot y_1(x) \cdot \Psi_0(x) + k^2 \cdot \Psi_2(x); \\ \frac{\partial \Psi_2(x)}{\partial x} = -[\Psi_1(x) - \frac{S_2(x)}{S_1(x)} \cdot \Psi_2(x)] = -\Psi_1(x) + \frac{S_2(x)}{S_1(x)} \cdot \Psi_2(x). \end{cases}$$

Доповнимо даною системою вихідну систему (3) з урахуванням того, що $\Psi_0(x) = -1$:

$$\begin{cases} \frac{\partial y_1(x)}{\partial x} = y_2(x); \\ \frac{\partial y_2(x)}{\partial x} = -k^2 \cdot y_1(x) - \frac{S_2(x)}{S_1(x)} \cdot y_2(x); \\ \frac{\partial \Psi_1(x)}{\partial x} = -2\alpha \cdot y_1(x) + k^2 \cdot \Psi_2(x); \\ \frac{\partial \Psi_2(x)}{\partial x} = -\Psi_1(x) + \frac{S_2(x)}{S_1(x)} \cdot \Psi_2(x). \end{cases} \tag{6}$$

За формулою

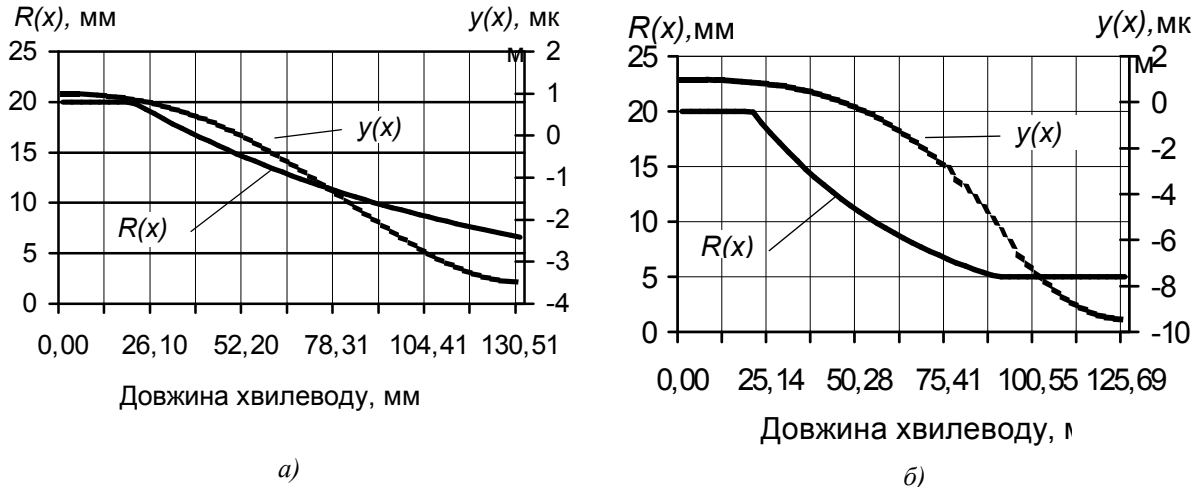


Рис. 4. Залежність радіуса хвилеводу $R(x)$ і амплітуди коливань перерізів $y(x)$ по довжині хвилеводу: а – $\lambda = 10$, $l_1 = 20$ мм; б – $\lambda = 20$, $l_1 = 20$ мм

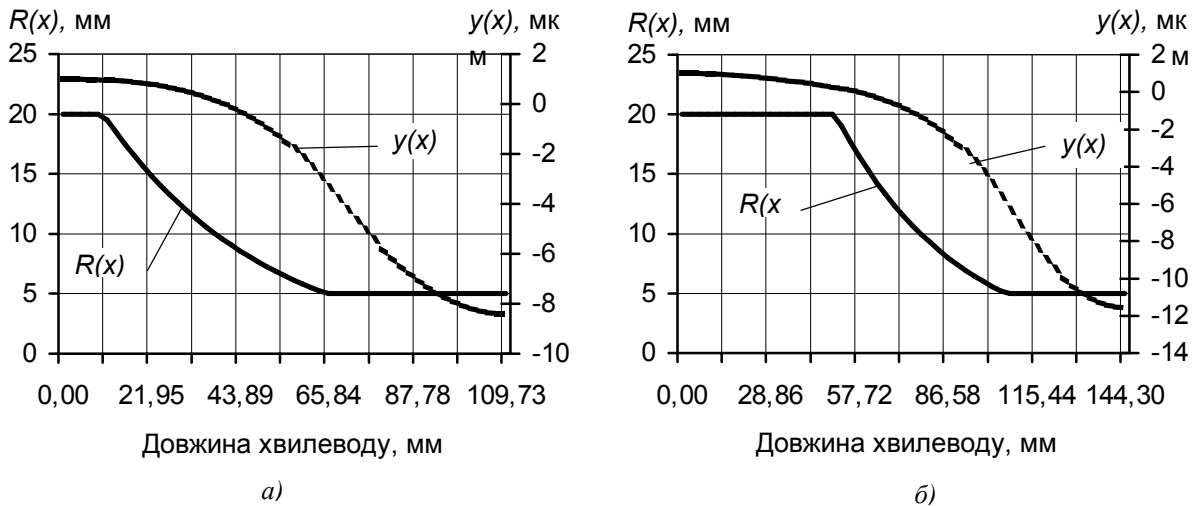


Рис. 5. Зміна радіуса хвилеводу $R(x)$ і амплітуди коливань перерізів $y(x)$ по довжині хвилеводу: а – $\lambda = 25$, $l_1 = 10$ мм; б – $\lambda = 25$, $l_1 = 50$ мм

ЛІТЕРАТУРА

1. Агранат Б.А., Дубровин М.Н., Хавский Н.Н., Эскин Г.И. Основы физики и техники ультразвука: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1987. – 352 с.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов – М.: Наука, 1980. – 576 с.
3. Воронов А.А. и др. Теория автоматического управления. Ч. II. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. – М.: Высш. шк., 1977. – 288 с.
4. Поплов Л.Я. Справочник по электрическим и ультразвуковым методам обработки материалов. – Л.: Машиностроение, 1971. – 544 с.

ЗОРІН Олександр Петрович – аспірант кафедри геотехнології та промислової екології Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:

– міцність нерудних матеріалів.

Подано 05.01.2000.