

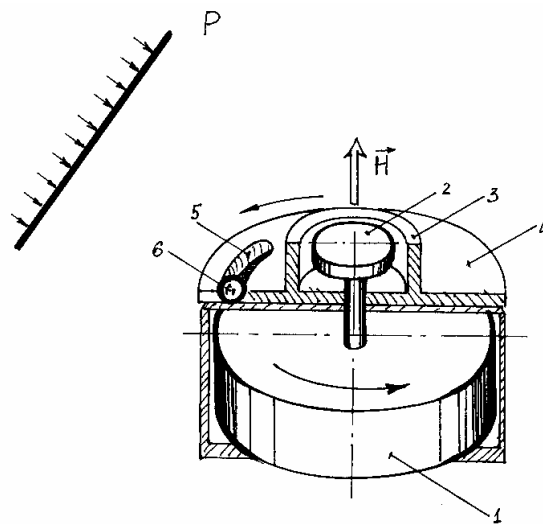
**В.М. Мельник, аспір.**  
**Аль Хіасат Мамун, аспір.**  
**В.В. Карачун, д.т.н., проф.**  
**Г.Б. Астапова, аспір.**

*Національний технічний університет України "КПІ"*

**ПРО ВПЛИВ АЕРОДИНАМІЧНОГО ШУМУ НА РОБОТУ ГІРОГОРИЗОНТУ**

*Наведено аналіз пружної взаємодії системи кулькової корекції гірогоризонту з аеродинамічним шумом та визначені причини виникнення додаткових похибок приладу.*

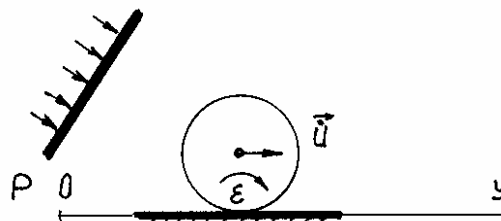
Зміст задачі викладемо на одній з технічних реалізацій гірогоризонту – з використанням кулькової корекції. Основу конструкції, як завжди, складає гіроскоп 1 з трьома степенями вільності, який розташований в кардановому підвісі з вертикальною (в стані рівноваги на нерухомій основі) віссю власного обертання ротора (рис. 1). Над кожухом знаходиться каретка 4 з проріззю 5, в якій розміщено сталеву кульку 6, що перекочується у кільцеподібному жолобі на поверхні кожуха. Каретці надається обертальний рух за допомогою пристрою, що містить постійний магніт 2, насаджений на вісь ротора гіроскопа, та скляночки 3, жорстко з'єднані з кареткою. Поворот магніту разом з ротором призводить до появи в склянці 3 вихрових струменів, що, взаємодіючи з магнітом, створюють момент, який орієнтований у бік обертання ротора. Швидкість каретки регулюється анкерним механізмом [1].



*Рис. 1. Гіроскоп з кульковою корекцією*

Якщо вісь гіроскопа у початковий момент часу буде вертикальною, то вона буде описувати конус, тому що момент, який створює кулька, буде змінювати своє місцезнаходження із швидкістю, приблизно рівною кутовій швидкості обертання каретки. При відхиленні осі від вертикалі кулька намагається скопитися донизу вздовж нахиленої площини, що призведе до гальмування або прискорення руху каретки.

За наявності аеродинамічного шуму звукової частоти, наприклад, у вигляді плоскої хвилі надлишкового тиску  $P$ , чутливий елемент системи корекції – кулька – одержить скерований рух у бік розповсюдження збурення (рис. 2).



*Рис. 2. Схема дії аеродинамічного шуму на кульку корекційного механізму*

Визначимо її переміщення під дією хвилі тиску, вважаючи абсолютно твердим тілом, що вільне від закріплень і виконує чисте кочення, без проковзування. Дією стінок жолоба на кульку будемо нехтувати.

В.М. Мельник, Аль Хіасат Мамун, В.В. Карачун, Г.Б. Астапова, 2000

Припустимо, що у навколишньому середовищі розповсюджується хвиля тиску з потенціалом швидкості  $\Phi(y - ct) = \Phi(\xi)$  і фронт її у момент часу  $t = 0$  стикається з поверхнею спочатку нерухомої кульки (рис. 3). У фазовій площині  $(y, t)$  функція  $\Phi(y - ct)$  зберігає сталі значення на лініях  $y - ct = \text{const}$ . Поверхні  $U = \Phi(y - ct)$  циліндричні з твірними, паралельні до прямих  $y = ct$ . Напрямна поверхні – крива  $\Phi(y - ct)$  при  $t = 0$  (рис. 3).

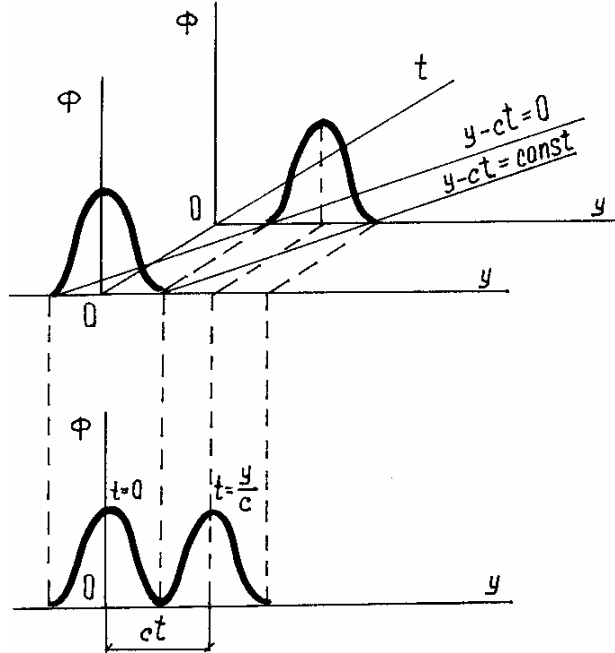


Рис. 3. Потенціал швидкості хвилі аеродинамічного шуму

Потенціал швидкості дифракційної хвилі позначимо  $\varphi(x, y, z, t)$  Тоді, за умови лінійності задачі, диференціальне рівняння руху кульки можна навести у вигляді [2]:

$$J\varepsilon(t) = R\rho \iint_S \frac{\partial}{\partial t} [\Phi(y - ct) + \varphi(x, y, z, t)] \cos(\hat{n}, \hat{y}) dS, \tag{1}$$

де  $J$  – момент інерції кульки відносно точки кочення;  $\varepsilon(t)$  – кутове прискорення;  $R$  – радіус кульки;  $\rho$  – щільність повітря;  $c$  – швидкість звуку;  $\hat{n}$  – напрямок зовнішньої нормалі до поверхні  $S$  кульки.

Потенціал  $\varphi$  підпорядкований тривимірному хвильовому рівнянню:

$$\Delta\varphi(x, y, z, t) - c^{-2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \tag{2}$$

а початкові умови приймаються наступними:

$$\begin{aligned} \Phi(y - ct)|_{t=0} &= 0; \\ \varphi(x, y, z, t)|_{t=0} &= 0; \\ \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} |_{t=0} &= 0. \end{aligned} \tag{3}$$

За умови  $r = [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$  функція  $\varphi(x, y, z, t) \rightarrow 0$ , а на поверхні кульки мають місце граничні умови:

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi(y - ct)}{\partial n} + \frac{dU(t)}{dt} \cos(\hat{n}, \hat{y}). \tag{4}$$

Визначимо рух кульки. З цією метою слід двічі проінтегрувати вираз (1) за часом в інтервалі від  $t = 0$  до  $t$ :

$$U(t) = \varphi R = \rho J^{-1} R^2 \iint_S [\Phi_1 \cos(\hat{n}, \hat{y}) + \varphi_1 \cos(\hat{n}, \hat{y})] dS, \tag{5}$$

де

$$\Phi_1 = \int_0^t \Phi(y - ct) d\tau ;$$

$$\varphi_1 = \int_0^t \varphi(x, y, z, \tau) d\tau .$$

Τακμ χνομ, ρερεμἰσσηνα χασοκ ροἰεἰρα ἔουδουε νἰσναχασηα ἑυηκἰαμἰ Φ<sub>1</sub> τα φ<sub>1</sub> :

$$\vec{V}_K = \text{grad}\Phi_1 ; \tag{6}$$

$$\vec{W}_K = \text{grad}\varphi_1 ,$$

δε V<sub>K</sub> – ρερεμἰσσηνα ἑἰδ δἰεἰο ραδαἰοχἰ ηνἰλἰ, τοἔο ταε, χο μογλο ἔ ουη, ἰαἕη κοἕηη νἰ οἰεἰρη ἑε ἔουλο, α W<sub>K</sub> – δοδασοε ρερεμἰσσηνα νἰσλἰδοκ δἰφρακἰἰ.

Οσκήηη ραδαἰοα ηνἰλη ροσνἰοδἰοἕηεα νἰδονἰ οσἰ y , το

$$\vec{V}_K = \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \vec{j} = \vec{j} V_K . \tag{7}$$

Φυηκἰα φ<sub>1</sub> ἑἰδορἰαδοκἰα ρἰνἰαηηἰο:

$$\Delta \varphi_1 = c^{-2} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{8}$$

τα γρἰηχἰη ονἰοαμ ἑα ἑοερἑηἰ κοἕηηη:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi_1}{\partial n} + U \cos(\hat{n}, y) = (U - V_K) \cos(\hat{n}, y) . \tag{9}$$

Σλἰδ ζἰσναχἰη, χο κοηἰ ἑονἑηἰ ἰμἑυλἰοσ τἰσκυ σκἰηχἑηἰη ζἰ νἰεηἰηοἰο, τοἔο

$$I = \int_0^\infty P dt = -\rho \int_0^\infty \frac{\partial \Phi}{\partial y} dt = \text{const} , \tag{10}$$

το ζἰοἰαηἰεα ἑνἑλἰσἑηἰ ἰηἑεγρἰαηἰ lim<sub>t→∞</sub> Φ<sub>1</sub>(y, t) τα lim<sub>t→∞</sub> φ<sub>1</sub>(y, t) , ἰ ρερεμἰσσηνα V<sub>K</sub> ζἰ ονἰοἰ t → ∞ στανε σκἰηχἑηἰη, ρροσἑοἕηηο δο νἰεηἰηἰοἰο:

$$V_{K\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} . \tag{11}$$

Οσκήηηηη

$$\left. \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 ,$$

το ζἰ οσἑλεηοἰο ρροσἑοἕηηο, τοἔο ζἰ t → ∞ , ἔουδε ἑαηἰ σἑἰνἑἰδοηἑηἰηη :

$$\left. \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=\infty} = 0$$

ἰ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_1(x, y, z, t) = \varphi_{1\infty} .$$

Δο τοἔο η

$$\Delta \varphi_{1\infty} = 0 .$$

ἑοηἑηἰαη ἑνἑἑοσἑηἰ ραδαἰοχἰ ηνἰλἰ Φ(y - ct) , οηἑη ἰ ἰοἒο ἰηἑεγρἰαηἰ Φ<sub>1</sub> , ἑε ἑαοἑηἑοσἑηἰ ηνἰεεηἰηἰ οἑλασἰ, χο ζἰαηἑε κοἕηηη. Ζἰαἑοἕηηηο ἑα ἑε, νἰδοἑἑηἰηο δο ἑορἑυηἰ Οστρογρἰαδἑσἑοἒο, μοηηα ζἰἑἑασἑηηο:

$$\rho \iint_S \Phi_1(y, t) \cos(\hat{n}, y) dS = \rho \iiint_{V_0} \frac{\partial \Phi_1(y, t)}{\partial y} dV_0 = \rho \iiint_{V_0} V_K(y, t) dV_0 . \tag{12}$$

ἰηἑεγρἰαηἰη σπρἑα ζἰδἰσἑηἑοἕηηεα ζἰ τἰμ οἑἑἑομ, ἰαἕηἰηο ζἰαηἑε κοἕηηη.

Τοἔο

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho \iiint_{V_0} V_K(y, t) dV_0 = \rho V_{K\infty} V_0 = M_0 V_{K\infty} , \tag{13}$$

δε M<sub>0</sub> = ρV<sub>0</sub> =  $\frac{4}{3} \rho \pi R^3$  – ἑασἰ ροἰεἰρη, χο νἰτἰσἑηἑηε κοἕηηηο.

Σοδο δρἑοἒο ἰηἑεγρἰαηἰ ηνἰαζἰ (5) , το ζἰγἑηο (9) νἰη ἑοηἑ ἑοἑηἰη ἑα ἑἑἑἑηἰη ἑα ἑἑἑἑηἰη οἑηομ:

$$\rho \iint_S \varphi_1 \cos(\hat{n}, y) dS = \rho \iint_S (U - V_K) \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS . \tag{14}$$

Отже, приймаючи до уваги співвідношення (12) та (14), маємо:

$$U(t) = \frac{5}{7} \rho M^{-1} \iiint_{V_0} V_K(y, t) dV_0 + \frac{5}{7} \rho M^{-1} \iint_S (U - V_K)^{-1} \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS, \tag{15}$$

де  $J = \frac{5}{7} MR^2$  – момент інерції кульки.

Для обчислення  $U(t)$  необхідно визначити  $\varphi_1(x, y, z, t)$ . Але за загальної постановки задачі, це зробити неможливо. Тому відшукаємо тільки остаточні переміщення:

$$U_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} U(t). \tag{16}$$

Отже, якщо при  $t \rightarrow \infty$   $V_K \rightarrow V_{K\infty}$ , а  $U \rightarrow U_\infty$ , то із рівняння (15) витікає:

$$U_\infty = \frac{5}{7} M_0 V_{K\infty} + \frac{5}{7} \rho M^{-1} (U_\infty - V_{K\infty})^{-1} \lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} dS. \tag{17}$$

Згідно з формулою Гріна, якщо  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ , функція  $\varphi_1$  прямує до нуля як  $r^{-2}$ . Тоді

$$MU_\infty = \frac{5}{7} M_0 V_{K\infty} - \frac{5}{7} M_0 (U_\infty - V_{K\infty}).$$

Звідси отримуємо:

$$U_\infty = \frac{5}{7} (1 + \mu_y) \frac{V_{K\infty}}{\mu_y + MM_0^{-1}}, \tag{18}$$

де  $\mu_y$  – коефіцієнт приєднаної маси для кульки під час її руху вздовж осі  $Y$ .

Таким чином, обчисливши величину  $U_\infty$  можна скоректувати значення вертикалі місця, що визначає гірогоризонт. Очевидно, що припинення дії аеродинамічного шуму (або значне його зменшення) дасть змогу приладу працювати у номінальному режимі. У цьому разі вісь фігури повернеться до незбудженого стану.

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Данилин В.П. Гироскопические приборы. – М.: Высшая школа, 1965. – 539 с.
2. Карачун В.В., Мартыненко В.С. О перемещении абсолютно твердой оболочки под воздействием акустической волны давления // Докл. АН УССР. – 1991. – № 3. – С. 48–51.

МЕЛЬНИК Вікторія Миколаївна – аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:  
– динаміка механічних систем носіїв.

МАМУН Аль Хіасат – аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:  
– динаміка механічних систем.

КАРАЧУН Володимир Володимирович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:  
– динаміка бортової апаратури носіїв.

АСТАПОВА Ганна Борисівна – аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Наукові інтереси:  
– нелінійні коливання механічних систем.

Подано 15.12.1999.