УДК 621.396.67

А.І. Білоцький, аспір.
Житомирський інженерно-технологічний інститут

ВИПРОМІНЮВАННЯ З ВІДКРИТОГО КІНЦЯ ХВИЛЕВОДУ З НЕСКІНЧЕННИМ ФЛАНЦЕМ

Запропонований загальний метод розв'язання задачі про випромінювання електромагнітної хвилі з відкритого кінця хвилеводу з фланцем. Розраховані діаграми напрямленості відкритого кінця прямокутного хвилеводу з фланцями з різними електричними параметрами.

Хвилеводні випромінювачі в даний час широко використовуються і як окремі антени, і як опромінювачі антен, і як елементи антенних решіток. У той же час задача про випромінювання з відкритого кінця хвилеводу з фланцем досі аналітично не розв'язана, хоча існують чисельні розв'язки цієї задачі для різних типів хвилеводів. Наприклад, у роботі [1] чисельно досліджено випромінювання електромагнітної хвилі з прямокутного хвилеводу з ідеально провідним фланцем.

В загальній постановці задача, що розглядається, формулюється наступним чином: необхідно визначити діаграму напрямленості (ДН) відкритого кінця хвилеводу довільного поперечного перерізу з фланцем нескінченної довжини та нескінченної товщини, тобто необхідно визначити ДН хвилеводу, який знаходиться у напівнескінченному середовищі з довільними значеннями діелектричної ε та магнітної μ проникностей (рис. 1).

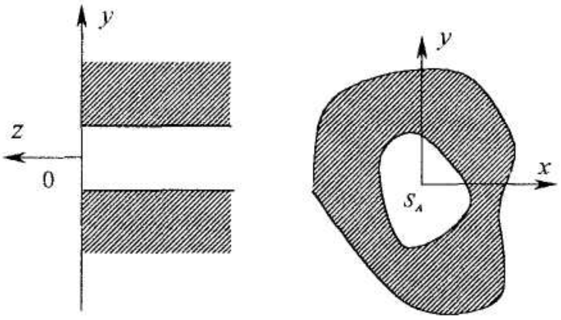

Рис. 1

В такій постановці задача зводиться до відомої задачі знаходження ДН антени з апертурою S_A у присутності відбиваючої поверхні за відомими значеннями тангенціальних складових поля на апертурі $\vec{E}_\tau$, $\vec{H}_\tau$ [2]. Напруженість електричного поля, створювана такою антеною у довільній точці простору M, дорівнює [2]:

$$E(M) = \int_{S_A} \left(\left[\vec{E}_\tau, \vec{H}_1 \right] - \left[\vec{E}_1, \vec{H}_\tau \right] \right) \vec{n} dS, \tag{1}$$

де $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$ – поле, створюване елементарним електричним вібратором із заданою поляризацією, розташованим у точці M ; $\vec{n}$ – зовнішня нормаль до S_A.

Якщо точка M знаходиться у дальній зоні, то поле $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$, створюване допоміжним джерелом – у даному разі електричним вібратором, – можна вважати плоскою хвилею, яка падає на розкрив S_A, враховуючи її дифракцію на нескінченному фланці.

Відмітимо, що для більшої зручності вираз (1) може бути записаний у наступному вигляді:

$$E(M) = \int_{S_A} \left(\left[\vec{E}_\tau, \vec{H}_{1\tau} \right] - \left[\vec{E}_{1\tau}, \vec{H}_\tau \right] \right) \vec{n} dS, \tag{2}$$

де $\vec{E}_{1\tau}$, $\vec{H}_{1\tau}$ – тангенціальні складові векторів $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$.

Окремо розглянемо задачу дифракції плоскої хвилі на нескінченному фланці (на межі розділу середовищ).

Перпендикулярна поляризація (рис. 2).

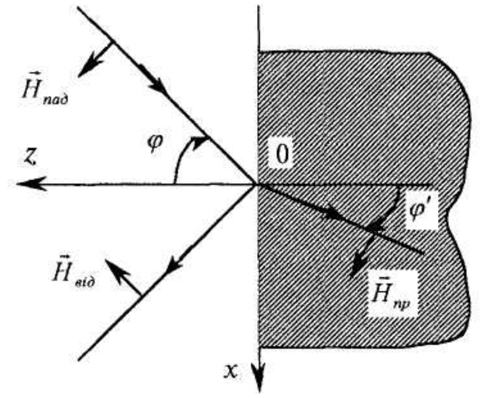

Рис. 2

Падаюча на фланець плоска хвиля створює поле:

$$\vec{E}_{пад} = Z_0 H_0 \vec{e}_y e^{-ik(x\sin\varphi - z\cos\varphi)}; \; \vec{H}_{пад} = H_0(cos\varphi\vec{e}_x + sin\varphi\vec{e}_z)e^{-ik(x\sin\varphi - z\cos\varphi)}, \tag{3}$$

де Z_0 – хвильовий опір вакууму; $k = 2\pi/\lambda$, λ – довжина хвилі у вакуумі; H_0 – амплітуда падаючої хвилі; $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ – орти координатних осей.

При цьому виникає відбите поле:

$$\vec{E}_{від} = Z_0 R_\perp H_0 \vec{e}_y e^{-ik(xsin\varphi + zcos\varphi)}, \; \vec{H}_{від} = R_\perp H_0(-\cos\varphi\vec{e}_x + \sin\varphi\vec{e}_z)e^{-ik(xsin\varphi + zcos\varphi)}. \tag{4}$$

Сумарне поле, створюване допоміжним джерелом, дорівнює:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{пад} + \vec{E}_{від} = Z_0 H_0 \left(e^{ikz\cos\varphi} + R_\perp e^{-kz\cos\varphi}\right)e^{-kx\sin\varphi}\vec{e}_y;$$

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_{пад} + \vec{H}_{від} = H_0 \cos\varphi\left(e^{ikz\cos\varphi} - R_\perp e^{-ikz\cos\varphi}\right)e^{-ikx\sin\varphi}\vec{e}_x +$$

$$+ H_0 \sin\varphi\left(e^{ikz\cos\varphi} + R_\perp e^{-ikz\cos\varphi}\right)e^{-ikx\sin\varphi}\vec{e}_z. \tag{5}$$

Нас цікавлять лише тангенціальні складові цього поля у площині розкриву, тобто при $z = 0$:

$$\vec{E}_{1\tau}\Big|_{z=0} = Z_0 H_0 (1 + R_\perp) e^{-ikx\sin\varphi}\vec{e}_y; \; \vec{H}_{1\tau}\Big|_{z=0} = H_0 \cos\varphi (1 - R_\perp) e^{-ikx\sin\varphi}\vec{e}_x. \tag{6}$$

Значення коефіцієнта відбиття відоме [3]:

$$R_\perp = \frac{Z\cos\varphi - Z_0\cos\varphi'}{Z\cos\varphi + Z_0\cos\varphi'}, \tag{7}$$

де $\cos\varphi' = \sqrt{1 - \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \sin^2\varphi}$; $k' = k\sqrt{\varepsilon\mu}$ – стала поширення хвилі у матеріалі фланця; $Z = Z_0\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ – імпеданс фланця.

Паралельна поляризація (рис. 3).

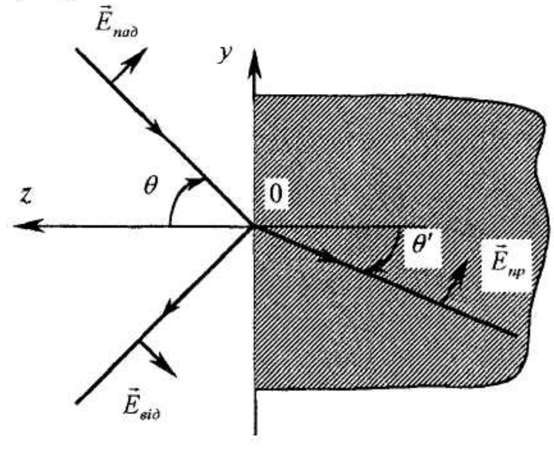

Рис. 3

Падаюча плоска хвиля:

$$\vec{E}_{пад} = Z_0 H_0 \left(\cos\theta \vec{e}_y - \sin\theta \vec{e}_z\right) e^{ik(y\sin\theta + z\cos\theta)}; \quad \vec{H}_{пад} = H_0 \vec{e}_x e^{ik(y\sin\theta + z\cos\theta)}. \qquad (8)$$

Відбита хвиля:

$$\vec{E}_{від} = -Z_0 R_{\parallel} H_0 \left(\cos\theta \vec{e}_y + \sin\theta \vec{e}_z\right) e^{ik(y\sin\theta - z\cos\theta)}; \quad \vec{H}_{від} = R_{\parallel} H_0 \vec{e}_x e^{ik(y\sin\theta - z\cos\theta)}. \qquad (9)$$

Сумарне поле допоміжного джерела:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{пад} + \vec{E}_{від} = Z_0 H_0 \cos\theta \left(e^{ikz\cos\theta} - R_{\parallel} e^{-ikz\cos\theta}\right) e^{iky\sin\theta} \vec{e}_y -$$

$$- Z_0 H_0 \sin\theta \left(e^{ikz\cos\theta} + R_{\parallel} e^{-ikz\cos\theta}\right) e^{iky\sin\theta} \vec{e}_z;$$

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_{пад} + \vec{H}_{від} = H_0 \left(e^{ikz\cos\theta} + R_{\parallel} e^{-ikz\cos\theta}\right) e^{iky\sin\theta} \vec{e}_x. \qquad (10)$$

Тангенціальні складові цього поля у площині розкриву:

$$\vec{E}_{1\tau}\Big|_{z=0} = Z_0 H_0 \left(1 - R_{\parallel}\right) \cos\theta e^{iky\sin\theta} \vec{e}_y; \quad \vec{H}_{1\tau}\Big|_{z=0} = H_0 \left(1 + R_{\parallel}\right) e^{iky\sin\theta} \vec{e}_x. \qquad (11)$$

Значення коефіцієнта відбиття в цьому випадку [3]:

$$R_{\perp} = \frac{Z_0 \cos\theta - Z\cos\theta'}{Z_0 \cos\theta + Z\cos\theta'}, \qquad (12)$$

де $\cos\theta' = \sqrt{1 - \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \sin^2\theta}$.

Після проведеного розгляду дифракції поля допоміжного джерела на нескінченному фланці можна перейти безпосередньо до визначення ДН шуканої структури. Зупинимося на визначенні ДН відкритого кінця прямокутного хвилеводу з нескінченним фланцем (рис.4).

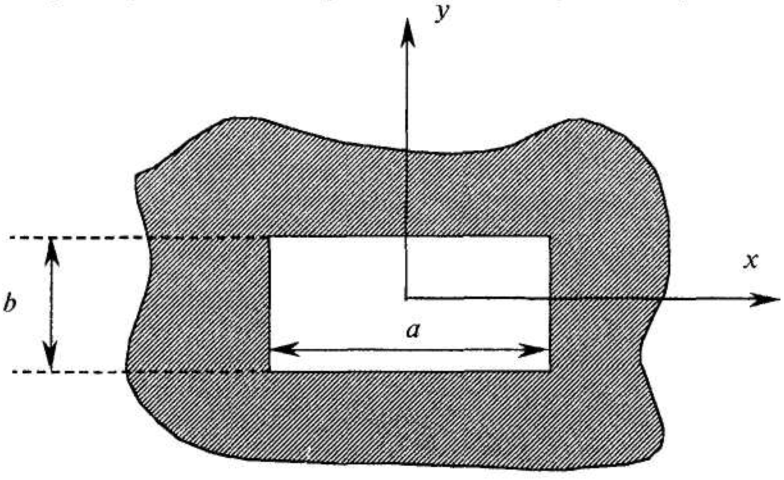

Рис. 4

Будемо вважати, що складові поля на розкриві хвилеводу дорівнюють полю хвилі H_{10} без врахування відбиття від розкриву [3]:

$$\vec{E}_{\tau}\Big|_{z=0} = \frac{i\omega\mu_0 a}{\pi} H_m \cos\frac{\pi x}{a} \vec{e}_y;$$

$$\vec{H}_{\tau}\Big|_{z=0} = -\frac{i\beta a}{\pi} H_m \cos\frac{\pi x}{a} \vec{e}_x, \qquad (13)$$

де $\beta = k\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ – стала поширення у хвилеводі; H_m – амплітуда хвилі у хвилеводі.

Для знаходження ДН відкритого кінця прямокутного хвилеводу у Н-площині необхідно в (2) підставити значення полів (6) та (13), враховуючи, що $\vec{n} = \vec{e}_z$. В результаті отримуємо:

$$E(\varphi) = \int\limits_{-a/2}^{a/2} \int\limits_{-b/2}^{b/2} \frac{ia}{\pi} H_m H_0 e^{-ikx \sin\varphi} \cos\frac{\pi x}{a} \left[\omega\mu_0 \cos\varphi (1 - R_\perp) - Z_0 \beta (1 + R_\perp)\right] dx\, dy =$$

$$= 2iH_0 H_m b \frac{\cos\left(\frac{1}{2} ka \sin\varphi\right)}{k^2 \sin^2\varphi - (\pi/a)^2} \left[Z_0\beta(1 + R_\perp) + \omega\mu_0 (1 - R_\perp)\cos\varphi\right]. \qquad (14)$$

Таким чином, ДН прямокутного хвилеводу з нескінченним фланцем у Н-площині описується функцією:

$$f_H(\varphi) = \frac{\cos\left(\frac{1}{2} ka \sin\varphi\right)}{k^2 \sin^2\varphi - (\pi/a)^2} \left[Z_0\beta(1 + R_\perp) + \omega\mu_0(1 - R_\perp)\cos\varphi\right]. \qquad (15)$$

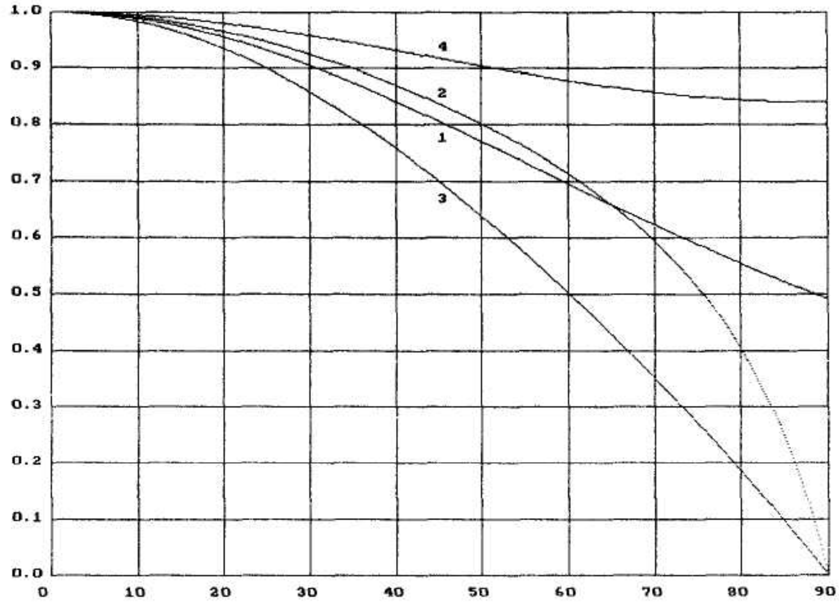

Рис. 5

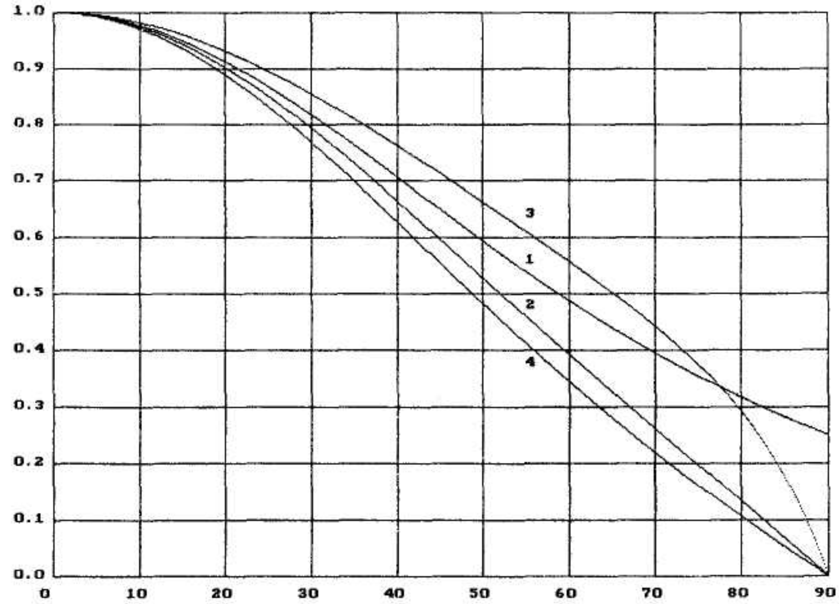

Рис. 6

При $R_\perp = 0$ (фланець відсутній) формула (15) переходить у відому формулу для ДН відкритого кінця прямокутного хвилеводу [4]:

$$f_H(\varphi)=\omega\mu_0\left(\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}+\cos\varphi\right)\frac{\cos\left(\frac{1}{2}ka\sin\varphi\right)}{k^2\sin^2\varphi-(\pi/a)^2}. \qquad (16)$$

Для знаходження ДН відкритого кінця прямокутного хвилеводу у Е-площині необхідно в (2) підставити значення полів (11) та (13). В результаті маємо:

$$E(\theta)=\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\frac{ia}{\pi}H_mH_0e^{iky\sin\theta}\cos\frac{\pi x}{a}\left[\omega\mu_0\left(1+R_{||}\right)+Z_0\beta\left(1-R_{||}\right)\cos\theta\right]dxdy=$$

$$=-4i\left(\frac{a}{\pi}\right)^2H_0H_m\frac{\sin\left(\frac{1}{2}kb\sin\theta\right)}{k\sin\theta}\left[Z_0\beta\left(1-R_{||}\right)\cos\theta+\omega\mu_0\left(1+R_{||}\right)\right]. \qquad (17)$$

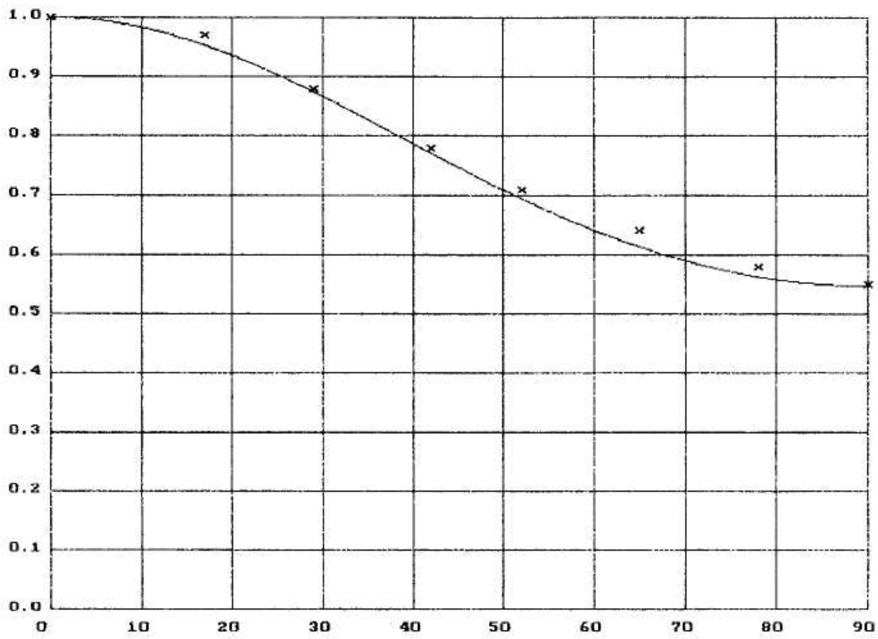

Рис. 7

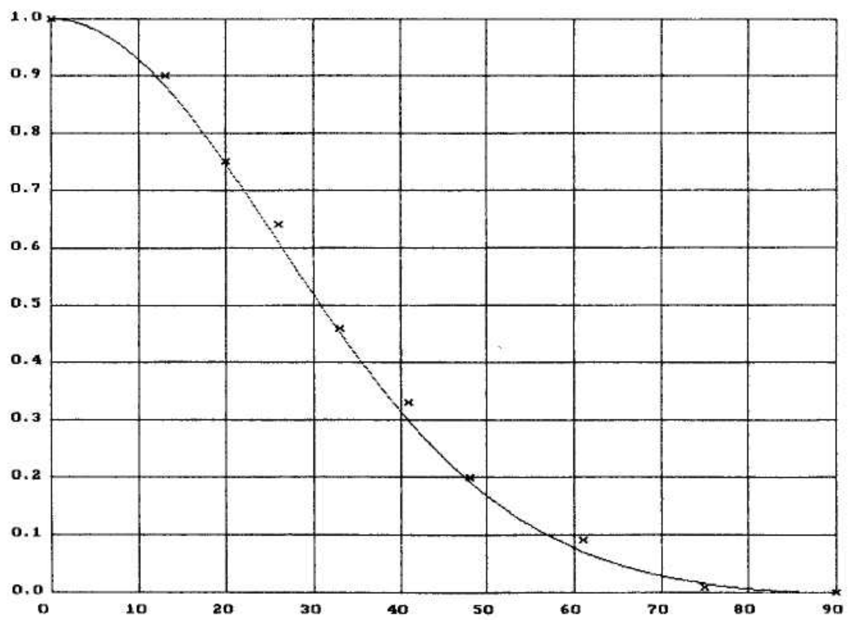

Рис. 8

Таким чином, ДН прямокутного хвилеводу з нескінченним фланцем у Е-площині описується функцією:

$$f_E(\theta) = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kb\sin\theta\right)}{k\sin\theta}\left[Z_0\beta\left(1-R_{\parallel}\right)\cos\theta + \omega\mu_0\left(1+R_{\parallel}\right)\right]. \tag{18}$$

При $R_{\parallel} = 0$ (фланець відсутній) формула (18) переходить у відому формулу для ДН відкритого кінця прямокутного хвилеводу [4]:

$$f_E(\theta) = \omega\mu_0\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}\cos\theta\right)\frac{\sin\left(\frac{1}{2}kb\sin\theta\right)}{k\sin\theta}. \tag{19}$$

На рис. 5 та рис. 6 наведені ДН в Е- та Н-площині відкритого кінця прямокутного хвилеводу розміром $a \times b = 0{,}71\lambda \times 0{,}32\lambda$ ($\lambda = 3{,}2$ см) з нескінченними металічними та діелектричними фланцями з різними параметрами діелектричної та магнітної проникностей. Крива 1 відповідає випадку відсутності фланця (абсолютно чорний фланець); крива 2 – фланцю з параметрами $\varepsilon = 10$, $\mu = 1$; крива 3 – фланцю з параметрами $\varepsilon = 1$, $\mu = 10$; крива 4 – ідеально провідному фланцю. З графіків видно, що збільшення діелектричної проникності фланця призводить до звуження ДН в Н-площині та розширення її в Е-площині. Збільшення ж магнітної проникності фланця призводить до протилежного ефекту: ДН розширюється в Н-площині та звужується в Е-площині.

На рис. 7 та рис. 8 наведені ДН по потужності ($E^2(\theta)$ та $E^2(\varphi)$) в Е- та Н-площині відкритого кінця прямокутного хвилеводу розміром $a \times b = 0{,}878\lambda \times 0{,}415\lambda$ ($\lambda = 3{,}2$ см) з нескінченним металічним фланцем. Суцільна крива відповідає ДН, розрахованим за формулами, отриманими у даній роботі, хрестиками нанесені ДН, наведені у роботі [1]. Маємо, що відповідні графіки збігаються з високим ступенем точності. Однак у роботі [1] результати були отримані складним чисельним розрахунком і ніяких, навіть наближених, аналітичних співвідношень наведено не було. В той же час у даній роботі отримані досить прості аналітичні співвідношення, що призводять до тих же результатів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. *Виниченко Ю.П., Леманский А.А., Митяшов М.Б.* К задаче об излучении электромагнитной волны из открытого конца прямоугольного волновода // Радиотехника и электроника. – 1983. – № 10. – С. 2064–2066.
2. *Захарьев Л.Н., Леманский А.А., Щеглов К.С.* Теория излучения поверхностных антенн. – М.: Сов. радио, 1969. – 212 с.
3. *Вольман В.И., Пименов Ю.В.* Техническая электродинамика. – М.: Связь, 1971. – 487 с.
4. *Ямайкин В.Е., Северьянов В.Ф., Кишкунов В.К., Рунов А.В.* Антенные устройства. – Минск: МВИРТУ, 1965. – 531 с.

БІЛОЦЬКИЙ Андрій Іванович – аспірант кафедри медичних приладів та систем Житомирського інженерно-технологічного інституту.

Наукові інтереси:
– технічна електродинаміка;
– пристрої НВЧ та антени.

Подано 13.01.2000.